



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ**  
**IFCE CAMPUS FORTALEZA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**

**ANTONIA NAIARA DE SOUSA BATISTA**

**UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS INCORPORADOS  
E MOBILIZADOS NA CONSTRUÇÃO E NO USO DA BALHESTILHA, INSERIDA  
NO DOCUMENTO *CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...*, APLICADO  
NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

**FORTALEZA – CE**

**2018**

ANTONIA NAIARA DE SOUSA BATISTA

UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS INCORPORADOS E  
MOBILIZADOS NA CONSTRUÇÃO E NO USO DA BALHESILHA, INSERIDA NO  
DOCUMENTO *CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...*, APLICADO NA  
FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Campus Fortaleza, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.

FORTALEZA – CE

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Instituto Federal do Ceará - IFCE  
Sistema de Bibliotecas - SIBI  
Ficha catalográfica elaborada pelo SIBI/IFCE, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- B333e Batista, Antonia Naiara de Sousa.  
Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos..., aplicado na formação de professores / Antonia Naiara de Sousa Batista. - 2018.  
114 f. : il.
- Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Campus Fortaleza, 2018.  
Orientação: Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira.
1. História da matemática. 2. Balhestilha e o documento Chronographia Reportorio dos Tempos.... 3. Conhecimentos matemáticos. I. Título.

CDD 510.07

---

ANTONIA NAIARA DE SOUSA BATISTA

UM ESTUDO SOBRE OS CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS INCORPORADOS E  
MOBILIZADOS NA CONSTRUÇÃO E NO USO DA BALHESTILHA, INSERIDA NO  
DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS..., APLICADO NA  
FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado  
em Ensino de Ciências e Matemática do  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de  
Ciências e Matemática do Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará,  
como requisito parcial para obtenção do Título  
de Mestre em Ensino de Ciências e  
Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ana Carolina Costa  
Pereira

Data de aprovação: 04/09/2018

**BANCA EXAMINADORA**



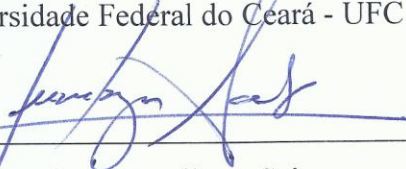
Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (Orientadora)

Universidade Estadual do Ceará - UECE



Prof. Dr. Raphael Alves Feitosa

Universidade Federal do Ceará - UFC



Prof. Dr. Fumikazu Saito

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP



Prof. Dr. Miguel Chaquiam

Universidade do Estado do Pará - UEPA

À DEUS.

Aos meus pais, Maria Ivonilde e José Carlos.

Aos meus avós, Maria Menezes (*in  
memoriam*) e João Alexandre.

À minha família.

## AGRADECIMENTOS

À DEUS que é tudo para mim, minha fortaleza, meu abrigo e companheiro de todas as horas de alegrias, angústias e que me fortalece a cada dia me fazendo seguir em frente.

Aos meus pais, Maria Ivonilde e Jose Carlos Batista, presentes de DEUS na minha vida, por estarem sempre ao meu lado, ajudando, escutando, suportando meus estresses, aconselhando e me mostrando que preciso seguir o caminho que me faz ser mais feliz.

Aos meus avós, Maria e João, que sempre fizeram a diferença na minha vida e torceram sempre pela minha vitória.

As minhas tias, Ivone e Ivonete, ao meu tio Célio (*in memorian*), ao meu primo Marcelo Júnior, por sempre torcerem por mim.

Ao meu afilhado Rodrigo, que me proporcionou momentos de alegrias e divertimentos no qual pude desopilar quando estava muito cansada.

A minha madrinha, Cícera e sua filha, Márcia, seus netos Kaike e Rodrigo, que me acolheram em momentos de grande alegria e divertimento em sua casa.

A minha orientadora, Dra. Ana Carolina, que sempre esteve ao meu lado e que muitas vezes ultrapassou essa função, sendo uma mãe e amiga presente, nos dando apoio, orientando pelo melhor caminho, dando os cartões necessários, escutando nossas angustias e nos acalmando.

Ao professor Dr. Fumikazu Saito por cada doação do seu tempo em conversas riquíssimas de conhecimento que ficávamos de olhos brilhando, e que tanto nos ajudou e foi fundamental para o desenvolvimento da nossa pesquisa.

Ao professor Dr. Raphael Feitosa por ter colaborado com seus conhecimentos na minha qualificação e agora neste momento, e por ter tido a honra de tê-lo como professor no mestrado e orientador em um evento de Biologia.

Ao professor Dr. Miguel Chaquiam, por tantas palestras e livros repletos de conhecimentos que nos fizeram compreender mais e mais acerca da área da educação matemática e da história da matemática.

Ao Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática que tanto me proporcionou momentos únicos de aprendizagens, de alegrias, de partilha, um grupo para a vida toda.

A Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, incluindo todo o corpo docente e o nosso coordenador e professor Dr. Regis Alves e a vice-coordenador(a) e

professora Dra. Caroline Sampaio por todo ensino, aprendizagem e oportunidades únicas de crescimento pessoal e profissional vivenciadas no decorrer desses meses.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por financiar meus estudos nesse período de 18 meses.

A minha amiga Isabelle, uma irmã que DEUS me deu de presente no mestrado, e com quem pude compartilhar meus momentos de alegria, aflição e divertimentos, quem me ensinou bastante a ser uma pessoa de coração imenso e saber perdoar o próximo com tanta facilidade, você é única amiga.

Ao Eugeniano, com quem tanto briguei, mas que nossa amizade foi fortalecida diante de todas essas “arengas”, de maneira que aprendemos a nos repetir perante as nossas diferenças.

Aos meus irmãozinhos, Verusca, Suziê e Wagner, que em tão pouco tempo chegaram e mudaram tanto nossas vidas, Verusca a menina resolvida e intelectual, Suziê a menina de um coração imenso e sempre emocionada, Wagner o rapaz determinado e esforçado mas, teimoso. Muito obrigada por tudo que vocês fizeram e contribuíram para a minha vida pessoal e profissional.

Aos demais amigos da Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, turma 2016, em especial a Ana Paula com quem conversava trocando ideias, a Helena e Rannyelly minhas companheiras de estudo no primeiro ano do mestrado nos sábados e domingos no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará.

A Idervânia, Sâmia e Camila, amigas de longas datas que me deram muita força nesse último ano.

Aos demais amigos que conquistei durante a vida e que neste momento me deram forças e estavam torcendo por mim, e me entenderam quando não pude ajudá-los ou sair com eles devido tantas tarefas.

Aos meus professores do Ensino Fundamental e da Escola de Ensino Médio Mariano Martins, todos sempre muito acolhedores, me compreendendo quando muitas vezes não tinha tempo para visita-los, mas que foram verdadeiros anjos na minha vida.

Em especial, a professora Lucenilda (Tia Lindinha), uma amiga, mãe, que sempre torceu pela minha vitória, me apoiou, sendo um anjo no meu caminho.

A professora Eurenice que esteve presente na minha caminhada e que sempre permaneceu torcendo pela minha vitória.

Aos meus vizinhos, amigos do bairro que sempre torceram por mim, quando me viam saindo muito cedo de casa ou chegando muito tarde, ou na verdade nem me viam e ficavam perguntando se tinha me mudado de casa.



“Entrega teus caminhos ao Senhor,  
confia nele, e o mais Ele fará” (Salmo 37.5).

## RESUMO

Nos últimos dez anos houve um aumento na quantidade de pesquisas que possuem como objeto de investigação um instrumento, atrelado a um documento histórico, para mobilização de conhecimentos matemáticos. No entanto, nenhum desses estudos se propôs a explorar a balhestilha sob uma perspectiva historiográfica atualizada, para a construção de uma interface. Desta forma, nossa pesquisa contemplou como objeto de investigação a balhestilha, inserida no documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, publicado em 1603 e escrita por Manoel de Figueiredo. O intuito desse estudo foi investigar o processo de articulação entre a fabricação e o uso da balhestilha, para elencar algumas potencialidades didáticas. Assim, esse estudo assumiu um caráter qualitativo, no qual realizamos o movimento do pensamento na formação do conceito matemático e o contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos. Posteriormente, fizemos uso da pesquisa participante em relação ao curso de extensão universitária. Ao final desta investigação percebemos que o instrumento é potencialmente didático para a construção de conhecimentos matemáticos, em que, um desses pode ser visto em torno da questão da ideia de unidade de medida inserida no instrumento, que seria a polegada, pois no século XVI cada região tinha um valor específico para uma mesma unidade de medida, baseada em partes do corpo daquele que governava uma determinada região, e hoje essa mesma unidade de medida assume um número diferente do que eles assumiram, mostrando nessa passagem de tempo a padronização das medidas. Desta maneira, podemos perceber o quanto o instrumento é rico ao ser contextualizado no período no qual estava inserido de maneira a dialogar com o que temos hoje, no século XXI, nos materiais didáticos de matemática. Assim, vimos nas potencialidades didáticas à possibilidade de construção de atividades didáticas futuramente, pautadas em uma teoria da didática da matemática.

Palavras-chave: História da matemática. Balhestilha e o documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...*. Conhecimentos matemáticos.

## ABSTRACT

In the last ten years there was an increase in the number of researches that have as object of investigation an instrument, linked to a historical document, for the mobilization of mathematical knowledge. However, none of these studies has proposed to explore the cross-staff from an current historiographic perspective, for the construction of an interface. In this way, our research considered as an object of investigation the cross-staff, inserted in the document *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, published in 1603 and written by Manoel de Figueiredo. The intention of this study was investigating the process of articulation between the manufacture and the use of the cross-staff, to list some didactic potentialities. Thus, this study assumed a qualitative character, in which we realized the movement of thought in the formation of the mathematical concept and the context in which the mathematical concepts were developed. Then, we made use of the participant research in relation to the university extension course. At the end of this investigation we realize that the instrument is potentially didactic for the construction of mathematical knowledge, wherein, one of these can be seen around the question of the idea of unit of measurement inserted in the instrument, which would be the inch, because in the sixteenth century each region had a specific value for the same unit of measure, based on parts of the body of the one who ruled a particular region, and today that same unit of measure assumes a different number from what they assumed, showing in this passage of time the standardization of measurements. In this way, we can see how rich the instrument is when contextualized in the period in which it was inserted in a way to dialogue with what we have today in the didactic materials of mathematics. Therefore, we saw in the didactic potentialities the possibility of constructing didactic activities in the future, based on a theory of didactics of mathematics.

Keywords: History of Mathematics. Cross-staff and the document *Chronographia Reportorio dos Tempos...*. Mathematical knowledge.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Mapa da Europa.....	25
Figura 2 - Frontispício da <i>Chronographia, Repertorio dos Tempos...</i> (1603).....	29
Figura 3 - bastão de Levi para medição entre dois astros .....	35
Figura 4 - bastão de Levi para medições de altitude.....	35
Figura 5 - Báculo no tratado <i>Cometae magnitudine, longitudinecque, ac de loco eius vero Problemata XVI</i> contida na obra <i>Scripta clarissimi mathematici...</i> , de 1544. ....	37
Figura 6 – Transversais e as escalas contidas nos radios astronômicos.....	38
Figura 7 - O frontispicio de <i>Cosmographicus liber</i> (1524) e a balhestilha .....	39
Figura 8 - O frontispicio do <i>Regimiento de Navegación</i> (1524) e a balhestilha .....	41
Figura 9 - A balhestilha sendo usada de revés.....	42
Figura 10 – Um quarto de círculo (ABC) na taboa.....	43
Figura 11 – Divisão do arco $\widehat{BC}$ ao meio .....	44
Figura 12 - Divisão do arco $\widehat{BC}$ em três partes iguais.....	45
Figura 13 - Traçado do segmento $\overline{GE}$ .....	48
Figura 14 - Tabua da fabricação da balhestilha .....	49
Figura 15 - Uso da balhestilha.....	53
Figura 16 - O olho do observador no centro de uma circunferência .....	54
Figura 17 - Aplicação da balhestilha em relação ao astro e a linha do horizonte na sala de aula .....	68
Figura 18 - Aplicação da balhestilha no observatório Otto de Alencar .....	69
Figura 19 - Traços da fabricação do instrumento .....	72
Figura 20 - Relatório do grupo 4 .....	73
Figura 21 - Usando o barbante como auxilio nas medições da balhestilha .....	75
Figura 22 - Triângulos retângulos visto na balhestilha .....	76
Figura 23 - Posicionamentos da balhestilha .....	77
Figura 24 - Balhestilha e uma circunferência.....	79
Figura 25 - Uso da balhestilha .....	80

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2 O DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPERTORIO DOS TEMPOS... E O INSTRUMENTO BALESTILHA .....</b>	<b>25</b>
<b>2.1 O documento Chronographia Repertorio dos Tempos..., de Manoel de Figueiredo e o contexto entre o século XVI e XVII.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2 Um instrumento matemático que atravessou os séculos XIV até o XVIII: a balhestilha ou radio astronômico .....</b>	<b>34</b>
<b>3 ARTICULANDO A FABRICAÇÃO E O USO DA BALHESTILHA PARA EMERÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>43</b>
<b>3.1 Conversando com o texto que apresenta a fabricação da balhestilha .....</b>	<b>43</b>
<b>3.2 Conversando com o texto que apresenta o uso da balhestilha.....</b>	<b>52</b>
<b>4 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA .....</b>	<b>56</b>
<b>4.1 Descrição da pesquisa .....</b>	<b>56</b>
<b>4.2 Descrição do curso de extensão universitária.....</b>	<b>58</b>
<b>4.2.1 <i>Locus e público-alvo</i>.....</b>	<b>60</b>
<b>4.2.2 <i>Planejamento e procedimento metodológico do curso</i>.....</b>	<b>62</b>
<b>5 A MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS NO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA PARA O ENCONTRO DE POTENCIALIDADES DIDÁTICAS.....</b>	<b>65</b>
<b>5.1 Apresentação da Prática 1: estudando a fabricação e o manuseio da balhestilha .....</b>	<b>65</b>
<b>5.1.1 <i>Descrição da atividade 1</i> .....</b>	<b>66</b>
<b>5.2 Apresentação da Prática 2: estudando o uso da balhestilha .....</b>	<b>66</b>
<b>5.2.1 <i>Descrição da atividade 1</i> .....</b>	<b>67</b>
<b>5.2.2 <i>Descrição da atividade 2</i>.....</b>	<b>68</b>
<b>5.2.3 <i>Descrição da atividade 3</i> .....</b>	<b>69</b>
<b>5.3 Algumas potencialidades didáticas da balhestilha que emergiram do curso de extensão universitária .....</b>	<b>70</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>82</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>88</b>
<b>ANEXO A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS .....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE A - PROGRAMA DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA .....</b>	<b>97</b>

<b>APÊNDICE B - PRÁTICA 1 .....</b>	<b>100</b>
<b>APÊNDICE C - PRÁTICA 2 .....</b>	<b>102</b>
<b>APÊNDICE D - CAPÍTULO DEZESSEIS DA ESTRELA DO NORTE .....</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE E - ATIVIDADE 1 DA PRÁTICA 1.....</b>	<b>106</b>
<b>APÊNDICE F - ATIVIDADE 1 DA PRÁTICA 2.....</b>	<b>107</b>
<b>APÊNDICE G - ATIVIDADE 2 DA PRÁTICA 2 .....</b>	<b>108</b>
<b>APÊNDICE H - ATIVIDADE 3 DA PRÁTICA 2 .....</b>	<b>109</b>
<b>APÊNDICE I - ROTEIRO DE VÍDEO.....</b>	<b>110</b>
<b>APÊNDICE J - CARTÃO DE HIPÓTESE DA PRÁTICA 1.....</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE K - CARTÃO DE HIPÓTESE DA PRÁTICA 2.....</b>	<b>113</b>

## 1 INTRODUÇÃO

É perceptível que nos últimos anos a área da educação matemática conquistou um espaço mais abrangente, para a contemplação e reflexão de questões ligadas ao processo de ensino-aprendizagem do conhecimento matemático, não só dentro do Brasil, mas, também em outros países. Logo, esse espaço de discussões oportunizou o desenvolvimento de estudos e pesquisas, com vista a auxiliar uma melhoria no ensino de matemática, atendendo a todos os níveis de escolaridade e compreendendo a função da matemática no currículo escolar. (PAIS, 2002).

A educação matemática sendo uma área de conhecimento que continua em pleno desenvolvimento no XXI, as universidades e instituições possuem papel fundamental nesse processo, no sentido de ampliar as discussões e desenvolver estudos em diversas linhas de pesquisas, voltadas para o ensino de matemática, mesmo que ainda haja uma falta de compreensão por parte de algumas de suas peculiaridades.

Bicudo (1990) apresenta algumas dessas linhas de pesquisa, que podem ser: tendências na educação matemática; ensino e aprendizagem da matemática; princípios filosóficos e científicos de educação matemática; entre outras. Baroni, Texeira e Nobre (2004), ainda ampliam essas linhas de estudos, destacando aquelas que tratam de: questões filosóficas, multiculturais e interdisciplinares; história da matemática na formação de professores e sua incorporação na sala de aula; entre outras.

Entre essas diferentes linhas de pesquisas em educação matemática podemos perceber diversos objetos de investigação que podem ser estudados, como o ensino, a aprendizagem, a avaliação, currículo, entre outros, contribuindo para o desenvolvimento e estruturação da área da educação matemática em sua totalidade. Desta forma, concorda-se com Saito e Dias (2013) quando afirmam que a educação matemática e a história da matemática, por exemplo, são áreas do conhecimento que possuem delimitações bem definidas e objeto de investigação próprio.

Corroborando com esses objetos de investigação, Bicudo (2013) menciona que no contexto da educação matemática o trabalho didático-pedagógico se encaixa como algo que ao ser desenvolvido precisa considerar diversos aspectos, entre eles, a forma como cada indivíduo vive sua realidade; professores e alunos engajados com atividades realizadas de maneira a considerar vários processos cognitivos, formando assim, uma área envolvendo uma tríade de grande importância, a investigação, a política e a atividade pedagógica.

Desta forma, envolvendo a questão da investigação encontra-se na história da matemática uma outra área preocupada com o ensino e aprendizagem em relação a construção

de conhecimentos matemáticos. Diferente da educação matemática, a história da matemática possui outros objetos de estudo, que atuam como construtos, que se definem no decorrer da pesquisa, a partir da intencionalidade do historiador ou educador.

Segundo Chaquiam (2017), pesquisas relacionadas à história da matemática nas últimas cinco décadas estão contribuindo com recursos e estratégias que visam colaborar para uma melhor qualidade do ensino e da aprendizagem, em diversos níveis e aspectos, entre eles permitindo entender as origens das ideias que deram forma matemática a nossa cultura, ou procurando compreender o processo por trás de certos conceitos e fórmulas que chegam prontos na sala de aula.

Seguindo nessa perspectiva Fauvel (1991) afirma que a história da matemática quando inserida na sala de aula tem a competência de contribuir para uma melhoria e compreensão da aprendizagem e da organização curricular, tornando-a menos “monstruosa” e mostrando para os alunos que as dificuldades enfrentadas hoje, também já foram vivenciadas na antiguidade, inserida em diferentes contextos. Desta maneira, a história da matemática não fornece recursos para apenas trabalhar a matemática em si, mas possibilita demonstrar que a mesma é fruto de uma sociedade, tornando-a mais humana.

Assim, encontra-se na proposta do grupo de estudo e pesquisa de História e Epistemologia na Educação Matemática (HEEMa) coordenado pelo Prof. Dr. Fumikazu Saito, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC - SP) e pela Profa. Dra. Marisa da Silva Dias, da Universidade Estadual Paulista (UNESP), a possibilidade de aproximar o diálogo entre historiadores e educadores matemáticos de maneira a produzir propostas que articulem história e ensino, pautada em tendências historiográficas atuais, para a construção de uma interface.

Entretanto, Saito e Dias (2013), ressaltam que não é tão simples articular história e ensino de matemática. Pois na visão dos autores, esse processo precisa contemplar duas situações, sendo elas, a compreensão de maneira bem contextualizada dos objetos que se deseja trabalhar e uma metodologia de abordagem que possibilite a implementação de uma proposta didático-pedagógica. Para os autores, a melhor forma como a história da matemática poderia vir a se adequar nesse processo seria quando pautada em tendências historiográficas atuais.

Neste contexto, a pesquisa fundamenta-se sob uma perspectiva historiográfica atualizada para o estudo da história da matemática, que segundo Saito (2015), possibilita a compreensão da construção dos conhecimentos matemáticos e das diferentes técnicas e conteúdos matemáticos, considerando a rede complexa de perspectivas que as norteia.



Além disso, é por meio de uma história pautada nessa perspectiva que pode-se conhecer tal conceito matemático no passado e entender como se deu seu processo de desenvolvimento considerando diferentes aspectos culturais, econômicos, religiosos, políticos e matemáticos que estavam por trás dessa multifacetada rede de conhecimentos. Desta maneira, Saito (2015, p. 27), assegura que uma “reconstrução histórica, dessa maneira, procura partir do passado em direção ao presente na medida que é a partir de um acontecimento do passado que se deve entender o presente e não o contrário”.

Partindo desse princípio, a construção de interface tem o intuito de promover a articulação entre esses dois campos, no qual a história da matemática esteja pautada em uma historiográfica atualizada, diferente da perspectiva historiográfica tradicional<sup>1</sup>, que vem sendo ainda desenvolvida em algumas pesquisas e aplicações em sala de aula. De maneira a entender como se dá o processo de desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos.

Saito e Dias (2013, p. 92), definem a construção de interface, citada anteriormente como sendo a, “[...] constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”.

Assim, a construção da interface se dá em um espaço bem amplo, contemplando ações que iniciam sobre o documento ou instrumento com o qual se quer trabalhar. Em seguida, é realizado sobre o objeto escolhido dois movimentos, que segundo Saito e Dias (2013) apontam, como sendo, o “contexto no qual os conceitos matemáticos foram desenvolvidos” (p. 95) e o “o movimento do pensamento na formação do conceito matemático” (p. 92).

No primeiro movimento explora-se três esferas de análise, sendo elas, contextual, epistemológica e historiográfica, para devida contextualização do objeto investigado. No segundo movimento, procura-se desenvolver um diálogo com o objeto, vislumbrando levantar questões de ordem epistemológica, matemática, didática, entre outras, para elencar algumas potencialidades didáticas. Por fim, as produções, consistem em atividades didáticas pautadas em teorias da didática, envolvendo as potencialidades didáticas encontradas no segundo movimento do pensamento.

O processo da construção da interface é bem dinâmica e considera diferentes caminhos a partir do momento que se escolhe o objeto de estudo. Desta maneira, a pesquisa tomou por

---

<sup>1</sup> Segundo Saito (2015, p. 23-24), na perspectiva historiográfica tradicional, “o passado é visto com os olhos de hoje. Admite-se que a ciência e a matemática teriam se desenvolvido progressiva e linearmente” e “além disso, sua narrativa privilegia apenas os aspectos internos à própria área de conhecimento e outros desdobramentos, que não são essencialmente matemáticos, são deixados de lado”.

base um documento histórico intitulado, *Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos: esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e samenteiras. O calendario Romano, com os eclipyses ate 630<sup>2</sup>*, de Manoel de Figueiredo, publicada em 1603, em Portugal.

O documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, remonta a tradição de navegantes e navegadores que mobilizavam conhecimentos de geometria prática, apropriados por estudiosos de geometria no século XVI e que já faziam parte da arte de navegar. Além disso, o tratado reúne diversos conhecimentos que estavam em pleno desenvolvimento no século XVI, como a astronomia, a geografia, a cosmografia, questões relacionadas ao calendário, as divisões do tempo, entre outros. A mesma ainda apresenta a descrição da fabricação e o uso de três instrumentos, sendo, a balhestilha ou radio astronômico, o quadrante geométrico e diversos tipos relógios. Este trabalho pretende debruçar um olhar na fabricação e no uso da balhestilha, mais especificamente.

O trabalho envolvendo esse instrumento não é atual. Ele já vinha sendo explorado a partir de estudos desenvolvidos em uma bolsa de Iniciação Científica (IC), financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), em 2014, que desde então, trouxe diversos artigos, minicursos, e o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) que foram publicados e ampliados, cujo objeto principal era levar o instrumento, balhestilha, para a sala de aula, através da formação de professores, sob uma vertente historiográfica tradicional.

Entretanto, após leituras para aprofundamento teórico, teve-se o conhecimento de uma outra perspectiva, no qual poderíamos fazer o estudo do instrumento partindo do contexto histórico para realizar um diálogo com os conhecimentos matemático do presente, que no caso foi, a perspectiva historiográfica atualizada. Dessa maneira, vimos à possibilidade de desenvolver este estudo após ingressar em uma Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECEM).

Estudos e discussões pautados em uma vertente historiográfica atualizada começaram a surgir a partir de 2008, com a criação do grupo de pesquisa e estudo HEEMa (PEREIRA; SAITO, 2018). Desse período em diante diversas pesquisas foram sendo produzidas e divulgadas, como Saito e Dias (2011), Beltran, Saito e Trindade (2014), Castillo e Saito (2016), Saito (2016), entre outras.

---

<sup>2</sup> A partir desse trecho em diante no texto, chamaremos a obra por “*Chronographia, Reportorio dos Tempos...*”, devido ser extenso sua titulação.

Todos esses estudos propondo a articulação da história da matemática, fundamentada nessa perspectiva, com o ensino de matemática, no intuito de construir uma interface que possibilite desenvolver ações para elaborar atividades voltadas para a construção de conhecimento no ensino e na aprendizagem de matemática. É importante ressaltar que a maior parte desses trabalhos realizam estudos sobre instrumentos, partindo de um tratado que contém os mesmos, para iniciar um diálogo do passado com o presente e vice-versa, na busca por apresentar na sala de aula a construção dos conhecimentos matemáticos incorporados no instrumento.

Desta forma, Jahnke (2002) menciona em seu estudo que o uso de documentos originais, no ensino de matemática permite que a matemática não seja vista como um corpo de conhecimento pronto, repleto de técnicas, mas procura demonstrar que essa matemática é fruto de uma atividade intelectual, no qual uma sociedade e diversos aspectos estavam por trás desse processo.

O autor ressalta também, que o ensino da história da matemática por meio de documentos, permite o indivíduo se reorganizar quanto ao desenvolvimento de determinados conceitos, não aceitando apenas o que se vê hoje, mas se remetendo ao passado e tentando entender como se deu esse desenrolar, colocando em prática desta maneira uma compreensão do entendimento cultural exposto naquele período.

Entretanto, o uso de documentos originais na sala de aula não é algo tão simples e fácil, seu envolvimento requer tempo e dedicação por parte de quem está realizando um estudo dele, pois será necessário um entendimento profundo do período e das ideias no qual esse documento estava mergulhado (JAHNKE, 2002).

Nessa vertente, Silva e Pereira (2016), apresentam por meio do seu estudo a importância da escrita e da leitura no estudo com documentos originais, em especial, o papiro de Rhind, destacando que mesmo demandando um longo período de esforços para sua implementação em sala de aula, eles possuem várias potencialidades. E dentre elas, as autoras mostram, que o indivíduo ganha o hábito de analisar textos e extrair deles ideias não tão explícitas, o que lhe permite desenvolver um costume que vai além de apenas ler, mas buscar na história, na cultura, na política, entre outros aspectos, que lhe permitam compreender todo o processo e desenvolvimento do conhecimento matemático.

Outro estudo envolvendo essa tentativa foi realizado por Pereira e Saito (2018), em torno de um documento original, intitulado *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry*, de Petrus Ramos, traduzida e publicada por William Bedwell, no qual tentam realizar a (re)construção de um instrumento inserido dentro da obra, conhecido por báculo de

Petrus Ramus (1515-1572). Nesta pesquisa todo o processo de (re)construção, foi pautada em uma historiografia atualizada, baseada em textos inserido no documento *Via regia ad geometriam* e articulado com o saber-fazer do período.

Todo esse procedimento partiu da tentativa da construção de uma interface para articular história e ensino de matemática, e por meio do documento e do instrumento procurar identificar questões de ordem matemática, epistemológica e material que emergem desse processo de (re)construção para a construção de atividades didáticas.

Massa-Esteve (2014), também desenvolveu um estudo sobre um documento, conhecida por *Nova Scientia (1537)*, de Tartaglia e um instrumento matemático renascentista, chamado quadrante de Gunter, destinado para medir a altura de montanhas. A autora neste estudo articula ambos, objetivando o ensino de geometria e trigonometria, por meio da reprodução de práticas de uma época. Ainda ressalta a autora, que quando os alunos fazem uso do instrumento segundo as orientações dadas naquele documento, permite que os discentes valorizem as práticas e o saber-fazer de um período que possui uma relação com as nossas práticas.

No entanto, essas práticas de um período passado podem também não está conectada com o mundo atual, mas mesmo assim, esse processo pode contribuir para a construção de instrumentos similares que podem ser adaptados para aplicação na sala de aula, de maneira a despertar o entendimento de quanto eles foram importantes para o seu período, principalmente, mostrando que seu uso tinha uma utilidade prática (MASSA-ESTEVE, 2014).

Uma outra pesquisa envolvendo documentos históricos e instrumentos nessa perspectiva foi, a de Di Beo (2015) que trabalhou com um instrumento conhecido por radio latino, inserido no documento *Trattato Del Radio Latino*, publicado no século XVI em Roma. Neste, a autora por meio da tradução da obra articula a reconstrução do instrumento com a sua construção e uso, para a elaboração de duas atividades didáticas que possibilitem a interação entre dois campos, a história e o ensino de matemática.

Assim, a autora destaca que o uso do instrumento em articulação com os textos da obra, permitiu a utilização de diversos conceitos matemáticos, que o próprio texto não requisitava, mas pelo próprio conhecimento do aluno o mesmo utilizou conceitos de retas paralelas e perpendiculares, unidade de medida e comparação entre elas, o conceito de número irracional, dentre outros, permitindo que o indivíduo se reconheça na história e veja que a mesma é fruto de conhecimento e trabalho humano de longo período.

Dias e Saito (2014), desenvolveram nessa mesma perspectiva um estudo preliminar de um instrumento, chamado por setor trigonal, inserido em um tratado denominado por *The*

*Trigonall Sector*, de John Chatfeild, publicado em 1650. Os autores levantam a hipótese de que o funcionamento do instrumento articulado com uma sequência de ensino pode promover ao estudante a formação de um conceito matemático, a partir de processos de análise e síntese necessários para essa formalização.

Entretanto, os autores consideram de extrema importância à realização de dois movimentos nessa articulação, que seria o desenvolvimento dos conceitos matemáticos em determinado contexto nos quais estavam inseridos e o movimento do pensamento na constituição desses conceitos matemáticos (SAITO; DIAS, 2013). Destacando que o primeiro movimento se refere ao contexto no qual são elaborados os objetos matemáticos, inclusive os conceitos inseridos no documento e o segundo movimento se refere à apropriação desses objetos pelo sujeito que dá a eles um sentido e os conceitua e os define.

A partir das potencialidades encontradas no estudo de Saito e Dias (2014), Moraes (2017) deu continuidade a este trabalho, no qual a mesma procurou investigar o movimento do pensamento com alunos, vinculados ao Ensino Médio, na formação dos conceitos matemáticos que estão ligados ao uso do setor trigonal e do documento, em uma atividade didática.

Chegando a conclusão, que quando se trabalha o uso do instrumento com o tratado, por meio de apenas uma descrição, sem nenhum levantamento de hipótese sobre o mesmo, o pensamento do aluno permanece de maneira empírica, enquanto que, se é elaborado a extração de informações que permitem articular conteúdo matemático, nasce à possibilidade do processo de formação de um conceito matemático, que se desenvolve sobre um pensamento teórico e na lógica dialética.

Castillo (2016), também segue nessa mesma perspectiva desenvolvendo um estudo dos conhecimentos matemáticos incorporados no uso do báculo, mais conhecido por “cross-staff”, inserido no tratado *A Boke Named Tectonicon*, publicado por Leonard Digges (1520-1559) em 1556. Neste trabalho a autora realiza uma abordagem metodológica do documento sobre três dimensões de análise, sendo elas, historiográfica, contextual e epistemológica, visando identificar o contexto da obra, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados e abordados no tratado e no báculo, considerando os procedimentos de Digges e a prática de mensuração da época.

Segundo a autora, a partir desse estudo pode se inferir que o instrumento não é mera ferramenta para se obter uma medida, mas revela uma interação entre o saber e o fazer presente em um período, permitindo que diversas questões de ordem epistemológica e matemática possam emergir, mostrando a relação entre o processo do conhecimento científico

e matemático de uma época, a questão da teoria e da prática, e de situações que poderiam ser resolvidas muitas vezes em situações práticas ou não. Dando desde modo, a chance ao educador matemático de explorar questões para a construção do conhecimento matemático (CASTILLO, 2016).

Um outro estudo que é realizado com um instrumento matemático é o de Santos (2013), que faz uma abordagem da balhestilha, sob uma perspectiva historiográfica tradicional, objetivando a exploração da construção, graduação e utilização dela, para a aplicação de atividades em situações reais, que envolvam aspectos trigonométricos, como por exemplo, o conceito de tangente, e conteúdos geométricos, do tipo semelhança de triângulos. Neste estudo o autor enfatiza o uso da balhestilha em uma sequência de atividades interligadas que lhe permite aplicar tais conceitos matemáticos citados e outros também.

Diante de todos esses estudos e partindo de um trecho de Castillo e Saito (2016, p. 238) que diz “[...] é preciso ter cautela para não reduzi-los a meros artefatos que servem apenas para medir, pois os instrumentos matemáticos são mais do que meros objetos e ferramentas. Eles são construtores de conhecimento e revelam interessantes aspectos do saber matemático”.

Os autores nos chamam a atenção para o fato de que o instrumento matemático revela diversos aspectos do período no qual estava inserido, inclusive apresentam uma rede complexa de conhecimentos, não só matemáticos, mas também relativos às práticas exercidas por quem os utilizavam. Desta maneira, somente um estudo baseado em uma perspectiva historiográfica atualizada poderia dar conta destes aspectos.

Assim, chegamos à conclusão de que o instrumento dentro de uma pesquisa não pode ser abordado de qualquer maneira, é preciso estar articulado com um documento, de maneira que seu processo esteja pautado nos dois movimentos apresentados anteriormente por Saito e Dias (2013), vislumbrando assim, a emersão de conhecimentos matemáticos que possibilitem a exploração de potencialidades didáticas, voltadas para a construção de conhecimentos matemáticos articulados com o ensino e a história da matemática.

Por este motivo, propomos por meio desta pesquisa um novo olhar para o trabalho com a balhestilha, de maneira a realizar seu estudo sob uma perspectiva historiográfica atualizada diferente da pesquisa de Santos (2013). E se apoiando nos demais estudos que tratam de instrumentos, de maneira a contextualiza-los no seu período, sem retirá-lo da sua malha histórica, com o intuito de encontrar nele aspectos potencialmente didáticos que se possa voltar para o ensino de matemática.

Desse modo, a pesquisa procura responder a seguinte questão: Quais as potencialidades didáticas que emergem do estudo da fabricação e do uso da balhestilha, com vista à construção de propostas de atividades futuramente? Para melhor nortear este estudo temos como objetivo geral, investigar o processo de articulação entre a fabricação e o uso da balhestilha, para elencar algumas potencialidades didáticas.

Em seguida, delinea-se os objetivos específicos a serem alcançados sendo: 1) Descrever o período no qual a obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*(1603), descrita por Manoel de Figueiredo, estava inserida; 2) Apresentar os diversos contextos nos quais a balhestilha esteve presente; 3) Enumerar a partir de uma conversa realizada com a descrição da fabricação e uso da balhestilha, questões de ordem epistemológica, matemática e material; 4) Elencar a partir da articulação entre a fabricação e uso da balhestilha fatores potencialmente didáticos que podem ser trabalhados no ensino de conceitos matemáticos.

Desta forma, a pesquisa se encontra estruturada em seis partes, a introdução, quatro capítulos e as considerações finais. No segundo capítulo apresentado o contexto no qual o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, estava inserido, quem seria o seu autor, qual a relevância dela para o período no qual estava inserida, assim também como os conteúdos que estavam presentes nos seus capítulos.

Ademais, como o tratado apresenta três instrumentos, dar-se-a ênfase a balhestilha ou radio astronômico, objeto de estudo, no qual procurou-se compreender como o mesmo se apresenta no contexto entre os séculos XIV ao XVIII. O intuito de estudar esse período, foi porque o instrumento aparece no primeiro momento no século XIV e vai até o século XVIII, porém, sofrendo mudanças no campo voltado para seu uso e algumas modificações relacionadas as suas peças.

No terceiro capítulo foi realizado no primeiro tópico, uma conversa com o texto que apresenta a descrição da fabricação da balhestilha, de maneira a destacar questões de ordem matemática, material e possivelmente epistemológica. Da mesma forma, foi realizado no tópico que traz o texto sobre o uso do instrumento. Nestes tópicos realizou-se o movimento do pensamento, de maneira a discutir alguns aspectos do conhecimento matemático do século XVI e XVII com o que se tem hoje, no século XXI.

No quarto capítulo descreve-se acerca do tipo de pesquisa, que no caso, foi qualitativa, e quanto aos procedimentos foi feito o uso da pesquisa participante. Em seguida, tratamos acerca dos dois movimentos, o primeiro no contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos e o segundo, o movimento do pensamento na formação do conceito matemático. Além disso, descreve-se um pouco sobre como aconteceu o curso de extensão

universitário, o local no qual foi aplicado, quais os tipos de participantes. Ademais, foi exposto como o curso foi organizado e como se desenvolveu cada processo de atividade dentro dele.

No quinto capítulo, descreve-se sobre as práticas 1 e 2 aplicadas no decorrer do curso, além de expor como ocorreu cada atividade dentro de sua determinada prática. No tópico seguinte apresentou-se alguns elementos potencialmente didáticos que foram percebidos a partir da aplicação do curso de extensão, tanto no processo de fabricação quanto na descrição do uso da balhestilha, com vista para futuramente propor a construção de atividades didáticas pautada em alguma teoria da didática da matemática.

Por conseguinte, ir-se-a adentrar no capítulo que traz a contextualização do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* e da balhestilha, de maneira a compreender os aspectos que estavam envolvidos em torno do documento e da passagem do instrumento por diversos campos de conhecimento entre os séculos XIV e XVIII.



## 2 O DOCUMENTO CHRONOGRAPHIA, REPERTORIO DOS TEMPOS... E O INSTRUMENTO BALESTILHA

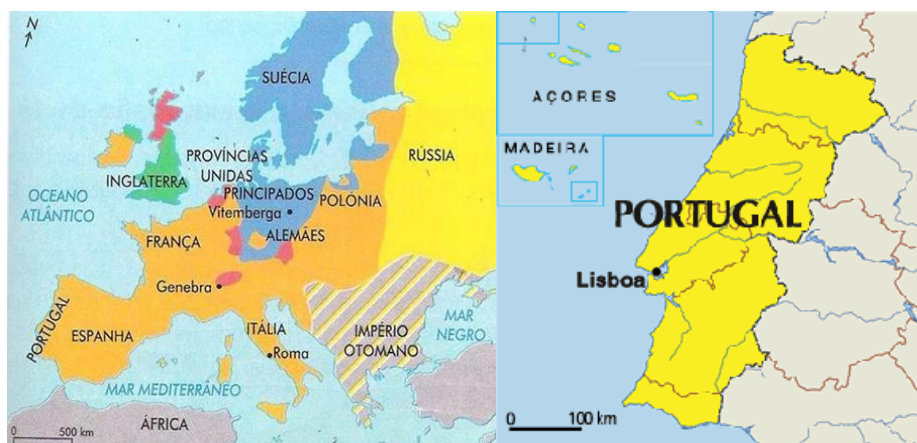
Durante os séculos XVI e XVII é visível uma ampla quantidade de tratados voltados para diversos campos do conhecimento, dentre eles pode-se destacar, *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque*, escrita por Regiomontanus (1436-1476) e publicada em 1533, voltada para a astronomia. A obra *A Booke Named Tectonicon*, lançada em 1556, de Leonard Digges (1520-1559), destinada aos agrimensores. Além disso, boa parte desses tratados traziam construções e usos de diferentes instrumentos matemáticos, como o báculo, o quadrante, esquadros e muitos outros.

Assim, neste capítulo irá ser abordado o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de autoria de Manoel de Pimentel, publicada em 1603. Sendo um tratado que teve seus valores para o período no qual estava inserido, século XVII, principalmente para a navegação. Além disso, será conhecido o instrumento, balhestilha, inserido dentro dela, e os diversos contextos pelos quais o instrumento permeou.

### 2.1 O documento *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, de Manoel de Figueiredo e o contexto entre o século XVI e XVII

A obra *Chronographia Reportorio dos Tempos...*, foi publicado no final do século XVI para o início do século XVII, mais especificamente, em 1603, na cidade de Lisboa, capital de Portugal, período no qual esse país vinha sofrendo com um declínio em relação às grandes navegações e o comércio, e conseqüentemente, sua economia estava sendo afetada, chegando assim, a atingir todo o reino.

**Figura 1 - Mapa da Europa**



Fonte: [https://claudiomarmochila.files.wordpress.com/2011/09/287e2-portugal\\_map.gif?w=633&h=640;uda://ud.notapositiva.com/old/ u/apntestbs/historia/imagens/08 \\_expansao\\_mudanca\\_sec\\_xv\\_xvi\\_12\\_d.jpg](https://claudiomarmochila.files.wordpress.com/2011/09/287e2-portugal_map.gif?w=633&h=640;uda://ud.notapositiva.com/old/ u/apntestbs/historia/imagens/08 _expansao_mudanca_sec_xv_xvi_12_d.jpg).

Como pode ser notado no mapa (Figura 1), Portugal ficava localizado no extremo ocidente da Europa, entre o mar mediterrâneo e o oceano atlântico. E Lisboa, que está situada próxima a ilha da Madeira e dos Açores, posteriormente, no século XV, viriam a se tornar rotas para a expansão marítima portuguesa.

Por volta, dos séculos XII e XIII, o comércio encontrava-se distribuído em duas formas, respectivamente, nas mãos dos genoveses e venezianos que constantemente negociavam a compra e venda de mercadorias com os países do Oriente pelo mar Mediterrâneo; e também no norte da Europa, mais especificamente, em Flandres que mediava essa troca de materiais, com o Sul da Itália, no local conhecido como Champagne. Portugal nesse período ainda não havia se articulado com esses países e seus câmbios permaneciam isolados, havendo troca somente entre eles, com povos vivendo no litoral e sobrevivendo do comércio interno.

No século XIV, devido a alguns fatores como, a Guerra dos Cem Anos e a Peste Negra, o comércio realizado entre o norte da Europa e o Sul da Itália ficou prejudicado, complicando as negociações por terra, restando apenas o oceano atlântico como rota para a continuação do comércio, entre ambos. Desta forma, Portugal acaba se tornando um caminho obrigatório nessa passagem, retirando assim, lucros dessas circunstâncias para o seu reino.

Consequentemente, Portugal com uma instabilidade financeira e outros interesses, resolve se lançar ao mar para a conquista de novas terras e em busca por novos bens que permitissem obter o progresso comercial e social. Nessa missão Portugal conquistou em primeiro lugar Ceuta; depois a ilha da Madeira e dos Açores; com o empenho de Bartolomeu Dias contornaram o litoral da África, em 1488; e finalmente com os esforços de Vasco da Gama, em 1498, chega a Calicute, localizado nas Índias, Ásia.

O século XV é marcado com grandes vantagens em relação às viagens realizadas por Pedro Álvares Cabral e Américo Vespúcio a América, atual Brasil, e a descoberta de diversas riquezas nesse novo continente, incluindo o Pau Brasil. E com a colonização posteriormente, de Portugal no Brasil, se instaurou o plantio da cana de açúcar. Entretanto, no final do século XVI Portugal começa a entrar em decadência, pois não consegue evitar que outros povos encontrem a América e passe a explorá-la, objetivando exportar todo o produto encontrado.

Além, disso Portugal, com os vários investimentos realizados nessas viagens, nas esquadras e policiamentos, a sua economia já não se tornará mais a mesma.

Diante de todas essas dificuldades, no final do século XVI, Portugal acaba sendo entregue nas mãos de Dom Felipe II, no período de 1598 a 1621, iniciando assim, a monarquia dual, na qual o rei exercia seu reinado simultaneamente na Espanha, como Felipe III, e em Portugal como Felipe II (SÉRGIO, 1981). Com essa passagem de tronos, Portugal herda os inimigos dos castelhanos, os holandeses, e uma série de conflitos começam a se levantar dificultando assim, o progresso das navegações e do comércio em neste país (CORREIA, 2010).

Assim, o início do século XVII é marcado pela proibição do rei Felipe II, do comércio entre a Espanha e a Holanda, o que conseqüentemente afetou o comércio entre portugueses e holandeses, devido a União Ibérica. Desta forma, mesmo com a decadência de Portugal em meio às navegações e o comércio, o rei Dom Felipe II deu continuidade ao trabalho com pilotos, investindo em um alto padrão técnico, que viria a colaborar para a formação de diversos cosmógrafos-mores no século XVII, sendo um deles, Manuel de Figueiredo (1568-1622) autor da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos..*, sendo indicado para o cargo em 1608. (CORREIA, 2010).

Manuel de Figueiredo, sucessor de Pedro Nunes neste mesmo ofício, segundo Garção-Stockler (1819) teria seus trabalhos tido influência deste grande cosmógrafo-mor, de maneira que os prestígios do mesmo tivessem contribuído para o sucesso de Figueiredo entre os sábios estrangeiros. Ainda segundo o autor esses privilégios o teria colocado entre os matemáticos portugueses merecedores de grandes lembranças, apesar de não ter obtido uma numerosa quantidade de títulos para essa consideração.

Figueiredo (1568-1622) foi mestre de matemáticas, cosmografia, e navegação, tendo assim, o domínio não só da matemática, mas da física, química, da hidrostática, entre outras que subsidiavam essas classes mais específicas. E além disso, foi autor de diversas obras que dentre elas pode-se citar: *Roteiro e navegação das Indias Occidentais, ilhas, Antilhas do mar, oceano occidental, com suas derrotas, sondas, fundos, & conhecenças*, publicada em 1609; *Hidrographia, exame de pilotos no qual se contem as regras que todo piloto deve guardar em suas navegações...*, que foi divulgada em 1614<sup>3</sup>; *Prognostico do cometa de Setembro*, de 1604; *Tratado da prática da Arismetica*, de Gaspar Nicolas (SILVA, 1860).

---

<sup>3</sup> Segundo Mendes (1969), com versões em 1615, 1625 e 1632.

Silva (1860) e Garção-Stockler (1819) apresentam críticas de que a obra, *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de Figueiredo seria na verdade uma recompilação da obra de Andre de Avellar, de 1585<sup>4</sup>, principalmente, nos aspectos do saber da física e das matemáticas. Entretanto, Mendes (1969), ressalta que essa maneira de reunir e reorganizar as edições de outros autores para publicação, já era um grande ofício, permitindo que os mesmos tivessem um retorno diante da demanda do seu trabalho.

Também podemos levantar a hipótese de que essas compilações eram necessárias para a disseminação dos conhecimentos existentes na época, pois com o decorrer dos anos muitas obras acabavam sendo perdidas, ou se desgastando, a ponto de tais fundamentos não chegarem nas mãos de outros estudiosos, que provavelmente, contribuíram para sua disseminação, mas com algum acréscimo de conhecimento existente na época ou de sua própria formação.

Isso é visto no comentário de Correia (2010, p. 90) quando afirma que a *Chronographia* é “embora semelhante a outras obras publicadas anteriormente sobre as mesmas matérias, contém notas pessoais que o valorizam em relação aos outros”. Realmente essas notas podem ser vistas nas laterais das folhas, entretanto, não em todas as páginas. Mas as que possuem são notas que caracterizam de maneira resumida o que trata o texto em determinado trecho.

Costa (2001) ressalta que essa prática de compilação ou extração da obra de outros autores para a construção de um documento atual era bem comum entre os séculos XV e XVII. Principalmente, porque naquele período os direitos autorais eram momentâneos, pois cada obra era dada de presente como privilégio ao rei. Passado o trono para outro monarca, o tempo do honraria cessava e uma nova “obra” poderia ser confeccionada para dar de presente novamente.

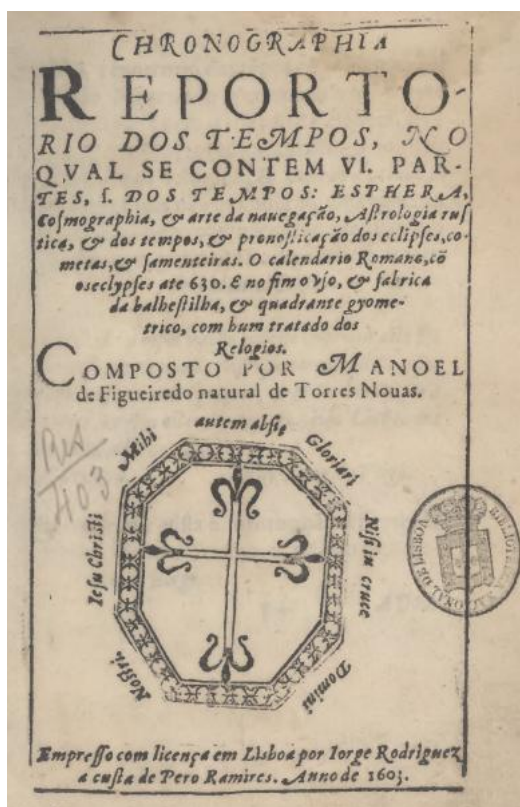
Todavia essa foi uma das obras que teve bastante repercussão e aparece citada em vários trabalhos como o de Reis (1988), Albuquerque (1988), Eça (2008), entre outros. Seu título, *Chronographia, Reportorio dos tempos, no qual se contem seis partes, s. dos tempos: esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rústica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendário Romano, com os eclipses ate 630. E no fim o uso, e fabrica da balhestilha, e quadrante geométrico, com um tratado dos relógios*, apresenta um breve resumo sobre o que trata o documento, como pode ser visto

---

<sup>4</sup> Com uma reedição em 1594.

de início, na “Taboa de todos os capítulos que contém cada parte deste livro” (FIGUEIREDO, 1603, TABOA), que na verdade, é o sumário da obra.

**Figura 2 - Frontispício da *Chronographia, Repertorio dos Tempos...* (1603)**



Fonte: Figueiredo (1603).

A palavra *Chrnographia* que surge no início da página (Figura 2) significa de acordo com Figueiredo (1913), um substantivo feminino que deriva-se da palavra *chronologia*, que designa “tratado das divisões do tempo” ou “tratado das datas históricas”. Entretanto, não encontramos uma definição estabelecida para esse termo nessa época, no entanto, outras obras com essa mesma denominação aparecem entre meados dos séculos XVI e início do século XVII, como as de Francisco Vicente Tornamira (1585)<sup>5</sup>, Andre de Avellar (1602)<sup>6</sup> e Hieronymo de Chaves (1576)<sup>7</sup>.

A partir de uma breve análise dos documentos mencionados é possível perceber algumas características bastante em comum entre elas, como por exemplo, assuntos que

<sup>5</sup> *Chronographia, repertorio de los tiempos, a lo moderno, el qual trata varias y diversas cosas: de Cosmographia, Sphera, Theorica, de Planetas Philosophia, Computo e Astronomia, donde se conforma la Astrologia con la Medicina: y se hallaran los motivos y causas que ha ávido para reformar el año: y se corrigien muchos passos de Astrologia que por la dicha reformación que davan atrasados*, (1585).

<sup>6</sup> *Chronographia ou Repertorio dos Tempos o mais copioso que te agora sayo a luz*. Edições de 1594 e 1602.

<sup>7</sup> *Chronographia, o repertorio de los tiempos, el mas copioso y preciso que hasta ahora há salido a luz*. Edições de 1576, 1580 e 1584.

envolvem questões relacionadas a esfera celeste, planetas, estrelas, eclipses; astrologia e signos; calendário e as festas, da Páscoa, da Ressurreição, Pentecostes, Corpus Christi; Epacta, Letra dominical e áureo número.

No entanto, a obra *Chronographia, Reportorio dos tempos...*, apresenta algumas particularidades que difere das outras Chronographias, tendo, a presença de um *Livro Sexto*, no qual é apresentado a fabricação e uso de três instrumentos, dentre eles: a balhestilha ou radio astronômico, destinado para medições astronômicas; o quadrante geométrico, voltado para mensuração na agrimensura; e diversos tipos de relógios para medir o tempo.

Desta forma, a *Chronographia* seria um tipo de documento que congrega diversos campos do saber que estavam em pleno desenvolvimento entre os séculos XVI e XVII, dentre eles, a astronomia, a geografia, a astrologia, a cosmografia, entre outras. Campos de conhecimento que eram essenciais para o desenvolvimento e progresso da navegação astronômica durante esse período.

Percebe-se que posteriormente ao termo *Chronographia*, surge a palavra *Reportório* que segundo Costa (2001), derivou do termo “repertório”, sendo no latim, *repertorium*, e era usada para denominar listas, inventários, coletâneas, compilações ou repositórios. Realmente o mesmo se apresenta como uma compilação de diversos livros com assuntos variados, que tinha como objetivo contribuir para a disseminação do conhecimento na época de maneira estruturada.

Nota-se que neste Frontispício aparece um símbolo tradicional de Portugal, a cruz de Cristo, e em torno dela há uma frase escrita em latim, da esquerda para a direita, que significa, *Nosso Jesus Cristo, eu, por outro lado, estou ausente de vangloriar-se, se não, pela cruz do meu Senhor*<sup>8</sup>. A mesma foi publicada 1603, sendo assim, financiada por Pero Ramires, com autorização de Jorge Rodrigues, que foi considerado “inquestionavelmente um dos melhores tipógrafos do seu tempo” (SILVA, 1860, p. 427-428). Apesar de não ter dito sua própria oficina em Coimbra, trabalhou na oficina de Nicolau de Carvalho<sup>9</sup>. Por fim, Simão Borges autorizou a impressão dessa obra com vistas à informação divulgada pelo Padre Frei Manoel Coelho, em 07 de março de 1603, em Lisboa.

Frei Manoel Coelho apresenta na contracapa um breve resumo da obra e a biografia de Figueiredo. Para ele, o autor era um matemático muito curioso, pois segundo ele, o mesmo narra sobre, “o tratado da esfera; arte de navegar; astrologia rústica; astrologia dos tempos, a

<sup>8</sup> Nostri Iesu Christi Mihi autem ahsit Gloriari Nisi in cruce Domini.

<sup>9</sup> Considerado um dos melhores impressores na cidade de Mondego na primeira metade do século XVII, já exercia a função de livreiro bem antes de 1612, na cidade de Coimbra (GONÇALVES, 2010).

fabrica dos relógios e outras curiosidades, nas quais todas não há coisa alguma contra a nossa santa fé, e bom costumes, antes muitas dignas de se saberem, por onde é digno de se imprimir” (FIGUEIREDO, 1603, EDIÇÃO).

Pode-se notar a influência de questões religiosas desde o Frontispício dessa obra, inclusive no prefácio da mesma, quando o autor afirma que se apoia em três palavras para descrever essa obra, que seria, tempo, céu e terra, extraídas do livro do Gênesis, no Antigo Testamento.

Em seguida, encontramos uma dedicatória de Manuel de Figueiredo a Dom Manoel de Moura Corte Real, 2º Marques de Castelo Rodrigo, na Espanha, filho de Cristovão de Moura, 1º Marques de Castelo Rodrigo e vice-rei de Portugal, nos seguintes períodos, de 1600 a 1603 e 1608 a 1612 (BARROS, 2004). A dedicatória escrita por Figueiredo para Dom Manoel de Moura é descrita assim

Aceite V.S. o trabalho que no discurso deste livro se empregou, o qual ainda que fora muito maior, e de mais estima estava bem empregado, pois que havia de vir às mãos de quem todo o ser depende. Esse lhe conceda V.S. (pois o merece) em por os olhos nelle, a qual ciência da Esfera, e matemáticas de que trata não tem outros defensores, senão a semelhantes senhores. Portanto com justa causa pede o que seu é, esta pede a V.S. na qual confiado não terá pejo de por todo universo orbe estender sua doutrina favorecido, e acompanhado com o nome de V.S. a quem nosso Senhor conserve a pessoa, e estado por muitos, e largos anos, vale (FIGUEIREDO, 1603, DEDICATÓRIA).

Nas palavras de Manuel de Figueiredo, pode-se perceber que Dom Manoel de Moura Corte-Real era uma autoridade no Reino da Espanha, sendo ainda um interessado e apoiador, como outros soberanos do seu período, no desenvolvimento da ciência da esfera e dos diversos tipos de matemáticas<sup>10</sup> presentes no período. Essa obra possivelmente foi uma tentativa de agradar ao Rei Felipe III, por intermédio do seu marquês, Dom Manoel que prestava serviços ao seu reino nesse período, na Espanha.

O documento teria contribuído bastante para o reino de Portugal, mediante as demandas por localização e instrumentos de navegação, pois abordava questões relacionadas à astrologia que colaboravam para realizar previsões sobre quando os navios deveriam sair, ou retornar. Eram disponibilizadas também técnicas para que os navegantes em pleno mar descobrissem os dias das festas da Páscoa da Ressurreição, Corpus Christi, entre outras. Para melhor visualizar a organização desses assuntos dentro da obra observe o (Quadro 1).

---

<sup>10</sup> Segundo Saito (2015, p. 29), a matemática como uma área autônoma de conhecimento só apareceu no fim do século XIX, entretanto, neste período, em que a obra se encontra inserida, a mesma se apresenta como campo bem amplo envolvendo diferentes esferas do saber, dentre eles, a “geometria e aritmética, outras áreas tais como a hidrostática, pneumática, mecânica, astronomia, música, óptica, entre muitas outras, foram consideradas matemáticas”.

Quadro 1 - Descrição da obra

PARTE	TÍTULO	QTD CAP	QTD FOLHAS
<b>P1</b>	Do tempo e suas partes.	38	40
<b>P2</b>	Da astronomia, na qual se trata do céu, e de suas partes, e de como nele pois DEUS o tempo, juntamente com todos os seus movimentos, estrelas, planetas, orbes, eixos, polos, círculos da esfera, e com todas as mais coisas que DEUS nele criou, ordenou. <sup>11</sup>	32	77
<b>P3</b>	Da geografia em que declaramos a terra, a qual teve o terceiro lugar nas palavras da sagrada escritura, DEUS criou o céu, e a terra. <sup>12</sup>	22	33
<b>P4</b>	Da astrologia rústica, muito necessária para a agricultura, e para todo o lavrador curioso amigo da lavoura, e com um tratado muito necessário, e proveitoso a saúde humana para os físicos,urgiões, e sangradores, e pronosticação dos eclipses do sol, e da lua. <sup>13</sup>	47	69
<b>P5</b>	Do calendário, epacta, número áureo, endiçam, temporas, e da pronosticação dos 12 meses do ano, e do lunário de 603 até 630 com os eclipses no cabo do lunário, e suas significações. <sup>14</sup>	34	48
<b>P6</b>	Da fabrica, e uso da balhestilha, ou radio astronômico, e do uso e fabrica, do quadrante geométrico e da fabrica, e uso dos relógios horizontais, verticais, laterais, equinociais, polares declinantes a todas as partes do mundo, e inclinantes. <sup>15</sup>	12	19

Fonte: Figueiredo (1603).

De acordo com o (Quadro 1) é possível contemplar que a obra reúne diferentes campos do saber, dentre eles pode-se destacar, a astronomia, a geografia, a astrologia, cosmografia, entre outros. E a sexta parte do livro aborda a fabricação e uso de dois instrumentos, a balhestilha ou radio astronômico, voltado para o campo da astronomia e da

<sup>11</sup> No proêmio do documento consta que a segunda parte está dividida em 34 capítulos. Entretanto, na “Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro”, a mesma encontra-se dividida em 33 capítulos. Todavia o documento traz apenas 32 capítulos presentes na segunda parte.

<sup>12</sup> No proêmio consta que a terceira parte está dividida em 12 capítulos. Entretanto, na “Taboa de todos os capítulos que contem cada parte deste livro” e ao longo do documento a mesma se encontra dividida em 22 capítulos.

<sup>13</sup> No proêmio do documento apresenta-se 47 capítulos. No sumário da obra apresenta-se 48 capítulos. No entanto a obra apresenta somente 47 capítulos.

<sup>14</sup> Nessa quinta parte o proêmio apresenta 38 capítulos. Entretanto, o sumário mostra 35 capítulos. Mas a obra contém apenas 34 capítulos.

<sup>15</sup> O proêmio apresenta a sexta parte dividida em 10 capítulos. Entretanto, a obra traz 12 capítulos.



navegação, respectivamente; e o quadrante geométrico destinado para agrimensura, no intuito de realizar medições de altura, largura e distâncias.

Além disso, no *Livro Sexto*, está inserido um Tratado dos Relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes e universais ou polares<sup>16</sup>, que tratam da construção de diversos tipos de relógios baseados nos meridianos, nos equinócios, no zênite, nos círculos máximos, no círculo polar, etc.

Ademais, é exposto algumas definições, que o autor chama de proposições, como exemplo, o que é um ponto, uma linha, uma superfície, um corpo, entre outras várias outras. Também aparecem outras “proposições” assim denominadas pelo autor, que atualmente, chamamos de construções geométricas, como por exemplo, traçar uma reta perpendicular sobre um ponto, ou como dividir um círculo em dois semicírculos, ou dividir um quarto de círculo em 90 partes iguais, entre outras.

No *Livro Sexto*, é perceptível também a questão da geometria prática presente envolta da balhestilha e do quadrante geométrico, que segundo L’Huillier (1992, p. 186), “é definida pela medição de dimensões reais, no processo de fabricação de algo, usando instrumentos e ferramentas. Isso leva a dois fluxos profissionais, agrimensura e artes mecânicas”<sup>17</sup>.

Nessa abordagem, podemos constatar essa geometria prática no decorrer do capítulo III a V, da sexta parte, no qual aparecem a fabricação do quadrante geométrico, e o seu uso apresenta-se baseado no primeiro momento em 17 regras que norteiam a medição se for possível medir a distância do observador até uma torre. Caso, contrário não seja possível medir o comprimento do observador até o objeto desejado, Figueiredo (1603) expõe outras 8 regras para auxiliar a mensuração.

De maneira semelhante ocorre com o instrumento balhestilha, que no capítulo II voltado para seu uso, é citado o capítulo XVII da terceira parte da obra, que na verdade é o capítulo XVI, no qual são disponibilizadas 16 regras que norteiam as medições na navegação astronômica fazendo uso da estrela Polar para obter a latitude de uma região.

Desta maneira concluímos que o documento se torna importante não só porque apresenta a construção e a fabricação de três instrumentos, mas também porque agrupa uma série de questões voltadas para campos que estavam em pleno desenvolvimento no século XVI e XVII. E além disso, mesmo esse tratado sendo parecido com outros do seu período, o

---

<sup>16</sup> No documento se encontra, *Tratado dos relogios* horizontais, verticais, laterais, decliantes, vniversais, ou polares.

<sup>17</sup> “... is defined by the measurement of real dimensions, in the process of making something, using instruments and tools. This leads to two professional streams, agrimensure and the artes mechanicae”.

mesmo foi usado como um meio para disseminar conhecimentos desenvolvidos nesse período.

## **2.2 Um instrumento matemático que atravessou os séculos XIV até o XVIII: a balhestilha ou radio astronômico**

O instrumento matemático presente nesta obra possui vestígios ainda no século XIV, entretanto, voltado para outro campo de conhecimento diferente da navegação. Permaneceu durante os séculos XV, XVI e após o século XVII, de maneira que foi se aprimorando diversas vezes no intuito de melhorar questões do tipo, precisão nas observações, tamanho e proporção, quantidades de peças, locomoção e finalidade. Questões essas que foram relevantes para o seu desenvolvimento e que demonstraram as diferentes necessidades da época e do campo no qual o instrumento estava inserido.

São diversas as nomenclaturas em relação a esse instrumento, a mais conhecida seria *baculus Jacob*, em latim. E a partir dessa terminologia vão aparecendo outras. Entre os ingleses foi denominada por *ballastella*, *vara de Jacob* (*Jacob's staff*) ou *fore-staff*, enquanto que, pelos italianos foi chamada de *Escada de Jacob* (*scala di Jacob*). Os franceses o tratavam por *bastão de Jacob* (*baton de Jacob*); entre os espanhóis era conhecido por *balestilla*; os holandeses a intitulavam no século XVI de *staf baculus*. E entre os alemães o chamavam de radio astronômico (*radius astronomicus*) e dentre os portugueses de balhestilha. (BRUYNS, 1994).

No século XIV, esse instrumento matemático aparece sendo usado por Levi ben Gerson (1288-1344)<sup>18</sup>, no qual foi creditado a ele sua confecção, o mesmo era chamado de bastão<sup>19</sup> ou revelador de profundidade<sup>20</sup>. Segundo Goldstein (2011), Levi nesse período descreve dois tipos de instrumentos em sua obra *Astronomy of Levi ben Gerson*, ambos voltados para a astronomia. O primeiro deles era destinado para medir o espaço (distâncias angulares) entre dois astros (Figura 3).

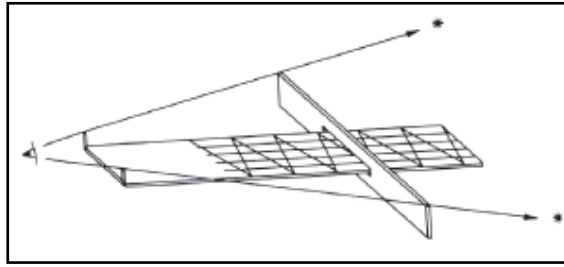
---

<sup>18</sup> Nasceu em Provença no sul da França, foi rabino, filósofo, astrônomo, cientista, comentarista bíblico e matemático.

<sup>19</sup> Em latim seria *baculus*.

<sup>20</sup> No latim seria *revelator secretorum*.

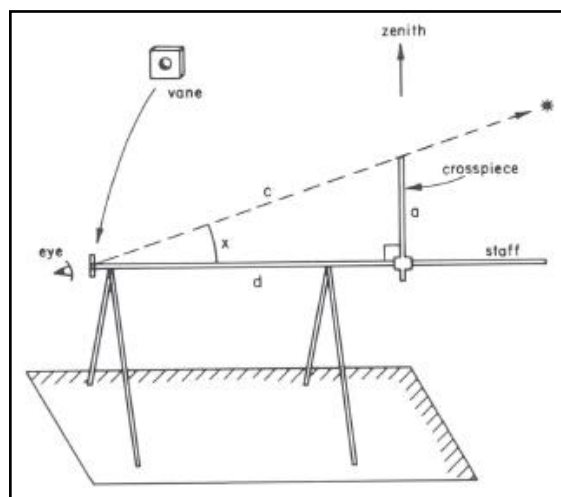
**Figura 3 - bastão de Levi para medição entre dois astros**



Fonte: Goldstein (2011, p. 367).

Segundo Roche (1981, p. 6), o bastão de Levi “foi subdividido em oito 'graus' [de comprimento, não de arco], e cada um desses 'graus' foi dividido em sessenta 'minutos' por meio de subdivisões e transversais”. Como constata-se na Figura 3, o instrumento apresenta uma graduação realizada de maneira transversal, na vara mais comprida, que possibilitava a medida em graus, frações de grau e minutos. E o seu uso se dava na horizontal de maneira que cada extremidade da transversal (vara menor) seja posta em cada astro, no qual se deseja medir o espaço entre ambos. O outro instrumento relatado por Levi seria outra versão desse báculo (Figura 4).

**Figura 4 - Bastão de Levi para medições de altitude**



Fonte: Goldstein (2011, p. 368).

Porém, apoiado em um suporte de quatro pés fixo no solo, no qual era voltado para observar a altitude e o diâmetro do sol, da lua e ou das estrelas. Neste instrumento, a medição ocorria na vertical, no qual se olhava por meio de uma pínula, colocada em uma das extremidades do bastão maior, e fazendo uso de apenas meia transversal, movimentava-a de maneira que a parte superior coincidissem com o astro. (GOLDSTEIN, 2011).

Entretanto, Goldstein (2011) em seu texto esclarece que Levi não relatou absolutamente nada sobre o uso desse instrumento voltado para a navegação, e também não teria pensado no seu uso para se localizar em alto mar, mediante as navegações astronômicas no século XIV. Um fator que corrobora é que as grandes navegações começaram a necessitar por instrumentos de localização, por volta do século XVI, quando tiveram que se afastar da costa marítima.

Roche (1981), afirma que o bastão de Levi para medição entre dois astros (Figura 3) consistia em uma vara de  $4\frac{1}{2}$  de pés, com largura de uma polegada e seis ou sete peças em forma de uma barra com perfurações no seu centro, para que se pudesse adentrar a vara em cada uma delas. Cada uma das seis ou sete peças era utilizada conforme a necessidade do ângulo de visualização daquilo que se queria medir. (ROCHE, 1981).

No século XV, surge relatos desse bastão sendo agora voltado para o uso entre agrimensores, denominado por bastão de Jacob (*Jacob's staff*) ou bastão geométrico (*Jacob's geometrical*) (ROCHE, 1981). Segundo Roche (1981), a forma como ele era usado seria bem semelhante ao instrumento de Levi, entretanto os princípios matemáticos envolvidos em cada um desses instrumentos eram bem diferentes.

No caso do bastão de Jacob era composto por uma vara e uma única peça transversal, que seria do mesmo tamanho das divisões expostas na vara. Desta forma, a medida não poderia ser obtida diretamente no instrumento, pois o mesmo continha uma escala linear e portanto, era necessário realizar outros cálculos, do tipo semelhanças de triângulos, proporção, entre outros, para alcançar o resultado.

O bastão de Jacob mesmo estando presente no século XV, continua a aparecer no século XVI, no qual pode-se observar em vários tratados de geometria prática. Entre essas obras podemos destaca-se, *A Booke Named Tectonicon* (1556), de Leonard Digges (1520 - 1559), no qual Castillo (2016, p. 79) diz que “[...] o báculo servia para os propósitos mais importantes do agrimensor que eram a mensuração de terrenos e propriedades de terra”. Além disso, segundo a autora tinha o intuito de descobrir com essas medidas obtidas as dimensões de áreas de superfícies.

Um outro tratado que traz esse bastão é o *Del modo di misurari* (1564) de Cosimo Bartoli (1503 - 1572) que segundo Castillo e Saito (2016) seria um instrumento denominado por báculo destinado a medir linhas das quais fossem de difícil acesso se aproximar. O autor ainda complementa que toda essa disseminação do instrumento se dá pelo fato de que no século XVI várias demandas foram levantadas, como a conquista de novas terras, processos necessários para cultivar terras e o sítio de dessas propriedades.

Verifica-se em ambas as obras o mesmo já não é mais chamado de bastão de Jacob, mas assume a denominação de báculo, determinando assim diversas nomenclaturas até em um mesmo campo de conhecimento, que é a agrimensura. É interessante ressaltarmos que durante o século XV não havia indícios apenas do báculo de Jacob usado entre os agrimensores e topógrafos, mas constata-se ver também o seu uso na astronomia.

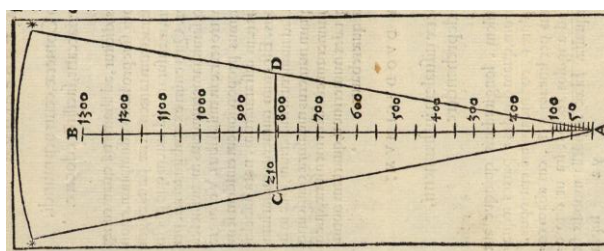
Segundo Roche (1981), no século XV, o bastão de Jacob foi usado por Paollo Toscanelli, em 1433, no intuito de descobrir a posição de um cometa neste mesmo ano e também nos anos seguidos de 1449 e 1450. Nunes (2008) completa a lista com Regiomontanus, que teria feito uso deste instrumento em 1471, para medir a distância entre estrelas e em 1472, para determinar o diâmetro de um cometa e a sua distância entre as estrelas. E também Bernard Walther, aluno de Regiomontanus, que em 1475 a 1488, teria usado esse instrumento na astronomia para reparar as distâncias entre alguns astros (ROCHE, 1981).

Regiomontanus (1436 - 1476), de nacionalidade alemã, atribuiu a esse instrumento o nome de *radius astronomicus*, que apareceu em um registro confeccionado pelo mesmo, intitulado, *Hec oper um remberga fient em oppido Nu Germanie ductu Ioannis de monteregio*, impresso em 1475, entretanto, não foi publicado.

Mas a mesma denominação do instrumento também pode ser encontrada no problema doze da obra *Cometae magnitudine, longitudinecque, ac de loco eius vero Problemata XVI*, publicada em 1531 e em outra versão em 1544, editada por Johannes Schoner, que comprou boa parte das obras de Regiomontanus, através de Bernard Walther. (PEREIRA; SAITO, 2018).

Segundo Roche (1981) o radio astronômico tinha uma vara de 6 côvados de comprimento (em torno de 9 pés), dividido em 1300 partes, sendo a escala exposta de 100 em 100 conforme (Figura 5).

**Figura 5 - Báculo no tratado *Cometae magnitudine, longitudinecque, ac de loco eius vero Problemata XVI* contida na obra *Scripta clarissimi mathematici...*, de 1544.**

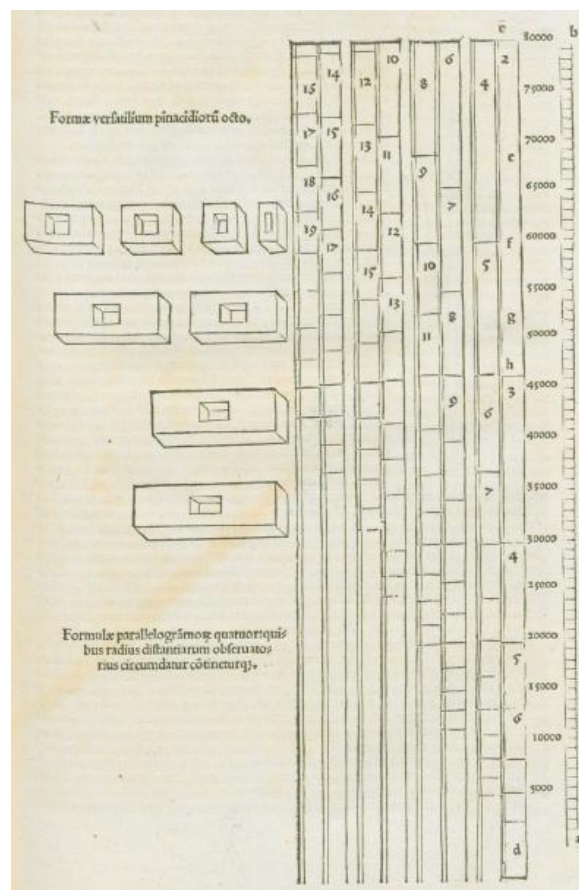


Fonte: Schöner (1544, f. 35r).

Veja que a transversal foi dividida em 210 partes e podemos observar de acordo com a figura sua finalidade realmente era a de tentar medir as distâncias entre duas estrelas. Entretanto, a medida não era obtida diretamente no bastão, pois o que continha no bastão era uma escala linear, por isso que Roche (1981, p. 12) ressalta que “o instrumento tinha que ser usado em conjunto com tabelas trigonométricas e cálculos para determinar os ângulos observados”.

Entretanto, quem teria inovado em relação à escala desse instrumento foi Werner no século XVI, que teria dividido o “[...] bastão de modo que a distância angular entre as duas estrelas pudesse ser lida diretamente no bastão, sem exigir qualquer cálculo” (GOLDSTEIN, 2011, p. 370). Desta forma, Werner contribuiu com um novo processo de graduação, após perceber que a medida que a transversal se aproximava do olho o ângulo aumentava e quando se afastava diminuía. (GOLDSTEIN, 2011).

**Figura 6 - Transversais e as escalas contidas nos raios astronômicos**



Fonte: Werner (1514, f. 21).

De acordo com Nunes (2008), o conteúdo citado anteriormente e que está inserido na obra de Werner, intitulada, *In hoc opere haec continentur: Nova translatio primi libri geographia Cl. Ptolomaei* (1514), teria uma relação com o aparecimento das primeiras

balhестilhas em Portugal. Como observar-se ver na (Figura 6), Werner apresenta em sua obra as peças que compõem esse instrumento, no total de oito pinacídios (peças transversais) e oito radios (bastões), que segundo Roche (1981) deveriam ser usados em pares, ou seja, cada bastão deveria ser utilizado em parceria com uma peça transversal, que teria servido para nortear a seu próprio processo de gradação.

Roche (1981), complementa que a partir da publicação da obra *Cosmographicus liber* (1524) de Pedro Apiano, o instrumento passou a ser tão divulgado que obteve um grau de fama em toda a Europa.

**Figura 7 - O frontispício de *Cosmographicus liber* (1524) e a balhестilha**



Fonte: Apiano (1524).

Como percebe-se na (Figura 7) consta a contracapa do documento e o instrumento chamado por *baculi* (latim), destinado à realizar medições astronômicas e cuja a fabricação se dava pela construção a partir de um semicírculo. De acordo com Bruyns (1994), Thomas Hood, um matemático inglês, teria escrito em 1590 que algumas pessoas acreditavam que o nome *baculus Jacob* teria tido origem em alguns trechos da Bíblia Sagrada, como em Gênesis 28:12, que trata desse báculo como se fosse uma escada, a qual Jacó teria sonhado com ela, “E sonhou: eis posta na terra uma **escada** cujo topo atingia o céu; e os anjos de DEUS subiam e desciam por ela” (grifo nosso); e também em Gênesis 32:10 que diz “Eu não sou digno de todas as misericórdias e de toda a fidelidade que tens usado para com teu servo; pois com apenas o meu **cajado** atravessei este Jordão: já agora sou dois bandos” (grifo nosso), que teria esse báculo derivado do cajado que pertencia a Jacó.



Ainda no século XVI, Gemma Frisius possui uma obra consagrada sobre o rádio astronômico, que seria, *De radio astronômico*, de 1545, no qual o autor apresenta uma combinação de báculo astronômico e do báculo usado na agrimensura. Na concepção de Roche (1981), esse instrumento possuía uma vara principal de 3 a 6 pés de comprimento e apenas uma transversal, que seria a metade da vara, e duas palhetas de avistamento em cada extremidade da transversal, além de ter um palheta móvel que desliza da esquerda para a direita, diferente da transversal que vai para cima e para baixo.

Mas na visão do autor essa transversal teria significado “que ele poderia dispensar as múltiplas peças cruzadas usadas pelos astrônomos e também fornecer aos agrimensores um instrumento de maior alcance e capaz de ajustes mais precisos” (ROCHE, 1981, p. 17). Com isso percebe-se que no decorrer dos anos esse instrumento ganhou uma série de peças transversais e diversos bastões, mas ao longo da caminhada os mesmos foram também reduzidos, devido a fatores relacionados à observação e o meio no qual o instrumento estava inserido.

Na Inglaterra, John Dee, em 1547, ao voltar de uma viagem a Louvain, trouxe para Cambridge alguns instrumentos, dentre eles o de Gemma Frisius. Roche (1981), afirma que John Dee com seus contatos bastante avançados no meio mercantil teria divulgado esse instrumento, tanto para uso na astronomia quanto para a topografia.

Leonard Digges, aluno de Dee teria publicado uma descrição do bastão do topógrafo em 1556, na obra *A Booke Named Tectonicon*, citada anteriormente. Os diversos relatos mostram que o instrumento de Digges foi um desenvolvimento do instrumento de Gemma Frisius, sendo considerado um dos melhores na Europa nesse período, tanto que começou a aparecer em diversas partes do país. (ROCHE, 1981).

Ainda no século XVI, constata-se referência a esse instrumento no Livro de Marinharia (1560) de João de Lisboa, na qual a mesma é denominada de balestilha e é voltada para medições solares. Assim, na obra *Regimiento de Navegación* (1552), Pedro de Medina, o instrumento também aparece sendo usado nas navegações.



Figura 8 - O frontispício do *Regimiento de Navegación* (1524) e a balhestilha



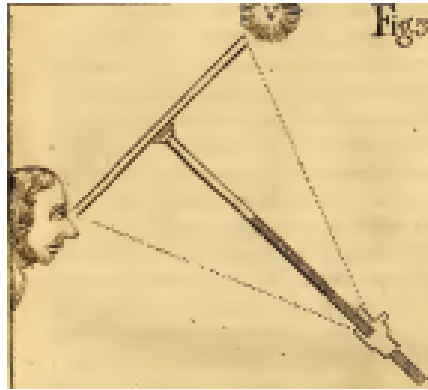
Fonte: Céspedes (1606).

Nesta obra voltada para as grandes navegações, o instrumento é destinado para medir a altura do polo pela estrela Polar. Mas é no século XVII que esse instrumento aparece na obra intitulada *Choronographia Reportorio dos Tempos...* (1603), com ambas as finalidades, astronômica e náutica, sendo respectivamente, denominadas por radio astronômico e balhestilha.

Ainda no século XVII, Edmund Gunter, publica em 1624, o documento *The Description and use of the sector*, tratando de diversos tipos de instrumentos, como setores, balhestilhas, entre outros. Além disso, esse instrumento de Gunter era bem semelhante ao de Gemma Frisius, entretanto, teria acrescentado uma escala de maneira que o mesmo também fosse usado como instrumento de cálculo. (ROCHE, 1981).

No início do século XVIII, no tratado *A arte de navegar*, de Manoel Pimentel, publicada 1712, a balhestilha aparece sendo usada na navegação, para realizar medições da altura do sol em relação à linha do horizonte e do zênite, entretanto, podendo ser utilizada de revés (Figura 9).

**Figura 9 - A balhестilha sendo usada de revés.**



Fonte: Pimentel, (1712, s/p ).

Como mostra a (Figura 9), a balhестilha era utilizada de revés pelos pilotos devido aos problemas oculares que o sol causava na visão dos navegantes. Desta maneira, chega-se à conclusão de que esse instrumento esteve presente em diferentes épocas, atendendo a diversas demandas, mas seu propósito nunca fugiu do uso prático, para resoluções de problemas reais que emergiram por necessidade da sociedade, que precisava medir suas terras e seus palácios, prever questões astronômicas que influenciavam o dia a dia da humanidade, como também se localizar em pleno mar aberto. Assim, mesmo o instrumento adquirindo diferentes nomenclaturas, e no decorrer do tempo sendo substituído por outros instrumentos mais sofisticados, sua contribuição para a história, teve significado relevante para que outros personagens viessem a desenvolver distintas balhестilhas mais aprimoradas.

### 3 ARTICULANDO A FABRICAÇÃO E O USO DA BALHESTILHA PARA EMERÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

O presente texto inserido na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, apresenta a fabrica de um instrumento matemático, que permaneceu em uso em torno do século XIV ao XVIII, sendo incorporada em diferentes segmentos do saber. Segundo Bennett (2003), muitos desses instrumentos matemáticos foram destinados para uso na astronomia, navegação, topografia, guerra, arquitetura, gnomônica, enquanto outros foram empregados para traçar desenhos e operar cálculos.

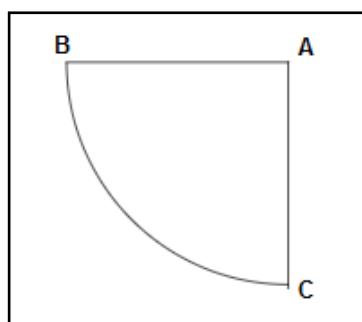
Neste texto o instrumento matemático aparece com a denominação de radio astronomico ou balhestilha, destinado respectivamente, para medições astronômicas e náuticas, no início do século XVII. A descrição da fabricação e do uso da balhestilha apresentam diversos aspectos bem característicos da época, como a questão da influência da astronomia na localização das caravelas, as unidades de medida usados em um período, as funções dos navegantes e dos astrônomos, entre outros.

Desta forma, ao longo da descrição da fabricação e do uso da balhestilha, irá se promover um diálogo com o texto original, passado por um processo de tratamento didático em relação às expressões, palavras e nomenclaturas, de maneira a se fazer compreender algumas questões de ordem material, matemática e epistemológica que circundam o processo de construção e uso do instrumento.

#### 3.1 Conversando com o texto que apresenta a fabricação da balhestilha

Na construção da balhestilha, Figueiredo (1603, f. 266) apresenta duas maneiras de iniciá-la, sendo pela construção de um semicírculo ou por um quarto de círculo, entretanto, o autor opta por: “construa um quarto de círculo (ABC) em uma taboa” (Figura 10). Ele não dá indícios sobre qual parte do instrumento irá compor essa taboa, assim como o tamanho, espessura, tipo de material (matéria, bronze, cobre, etc.) e a ferramenta de desenho utilizada para essa fabricação.

**Figura 10 - Um quarto de círculo (ABC) na taboa.**



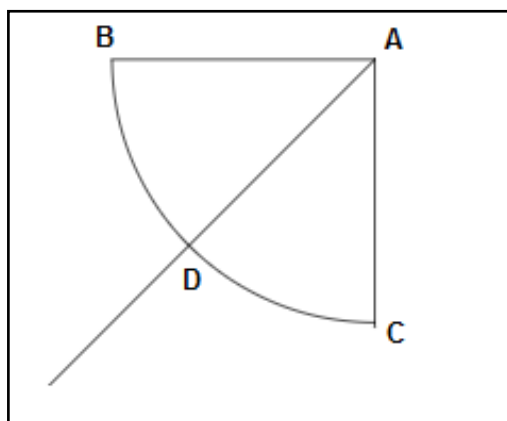
Fonte: Elaborada pela autora.

Outro detalhe que pode ser levantado é o local na taboa no qual será traçado o quarto de círculo, pois sua posição poderá auxiliar na compreensão do processo de construção do instrumento. Figueiredo (1603) tenta ajudar o leitor apresentando ao final desse capítulo uma figura ilustrando a construção “geometria” da balhestilha. É importante ressaltar que neste período as ferramentas que davam suportes para essas construções eram apenas o compasso, a régua e os esquadros, sem escalas.

No decorrer do tratado é possível encontrar algumas proposições que se remetem as definições nos *Elementos* de Euclides, como por exemplo, “ângulo é aquele que se faz de duas linhas retas, tocando-se” (FIGUEIREDO, 1603, f. 275). Isso possibilita creditar que Figueiredo (1603) utilizou ferramentas como régua e compasso, pois Euclides já os utilizava para por em ação seus postulados, com um objetivo mais didático ou pedagógico, entretanto, eles eram empregados por restrição prática, envolvendo as circunstâncias de serem simples e facilitadores no seu manuseio, e poderem simplificar problemas de construção (ROQUE, 2012).

No passo seguinte Figueiredo (1603, f. 266) indica que “dividiremos o arco pelo meio, no ponto D. E do ponto D até o ponto B dividiremos em quarenta e cinco partes iguais”. Veja que se está trabalhando em um quarto de círculo, desta forma pode-se concluir que A será o centro de uma circunferência e, B e C serão os pontos que formam o arco  $\widehat{BC}$ . Entretanto, ele solicita que tal arco seja dividido pelo meio, no ponto D. Neste caso, ele está traçando a bissetriz do ângulo  $\widehat{BAC}$ , ou a mediatriz do segmento  $\overline{BC}$ , que é a corda que une as extremidades do arco  $\widehat{BC}$  (figura 11).

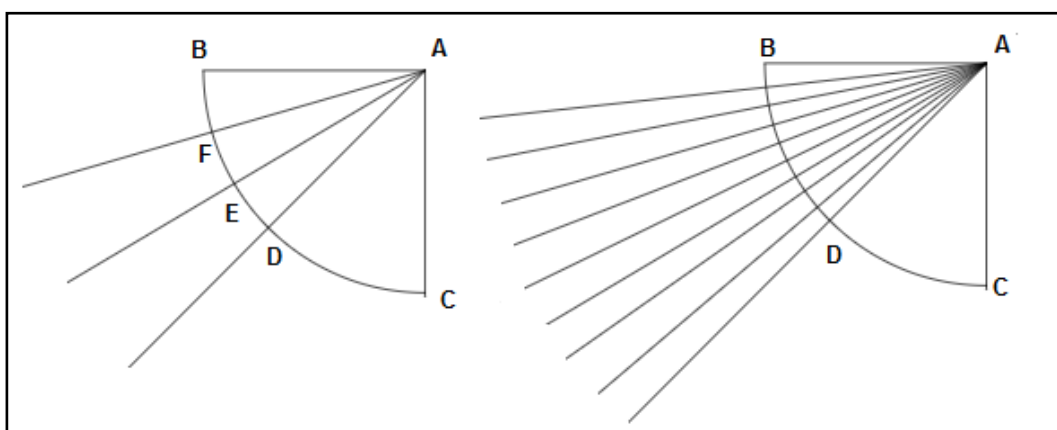
**Figura 11 - Divisão do arco  $\widehat{BC}$  ao meio**



Fonte: Elaborada pela autora.

Entretanto, Figueiredo (1603), não faz essa associação, não dá instruções explícitas de como proceder à divisão do arco. Também, não apresenta essa relação de correspondência entre o arco  $\widehat{BC}$  e o ângulo central da circunferência  $B\hat{A}C$ . Em seguida, o autor descreve que, “E do ponto D até o ponto B dividiremos em quarenta e cinco partes iguais. Partiremos primeiro o espaço  $\widehat{DB}$  em três partes iguais. E depois cada uma em outras três. E assim ficará partida em nove espaços” (FIGUEIREDO, 1603, f. 266).

**Figura 12 - Divisão do arco  $\widehat{BC}$  em três partes iguais**



Fonte: Elaborada pela autora.

Note que na figura 12, no primeiro momento o arco  $\widehat{DB}$  é dividido em três partes iguais, posteriormente, cada uma dessas partes deverá ser dividida em outras três partes iguais, recaindo desta forma no problema da trisseção do ângulo, que até o início do século XVII não havia sido resolvido.

A questão da trisseção do ângulo segundo Sousa (2001) recaia no problema de que os geômetras gregos sabiam operar, a partir de um ângulo dado, a construção do seu dobro, triplo, quádruplo, e etc., mas com a aparição dos submúltiplos, a situação se torna mais complicada, pois realizar a bissetriz de um ângulo até era tarefa fácil, todavia dividi-lo em três partes já se tornava um caso peculiar e complicado.

É interessante ressaltar que essa linguagem mais formal da matemática, como exemplo, bissetriz, arco, ângulo central, já estava disponível no século XVII. Inclusive porque diferentes definições, postulados e proposições dos *Elementos* estão presentes na sexta parte do tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, mais especificamente, na sexta parte que menciona um tratado sobre a construção de diversos tipos de relógios. Sendo elementos

de extrema importância que subsidiaram a fabricação dos instrumentos matemáticos, como a balhestilha e o quadrante geométrico.

Todavia ressalta-se que mesmo essa obra sofrendo influxo dos *Elementos*, Saito (2018) corrobora afirmando que a organização desses tipos de tratados não segue exatamente uma sistematização dos *Elementos*, procedem definindo primeiramente, ponto, reta, segmento, superfície, volume, entre outros, e demonstram na sequência proposições que auxiliam nas construções geométricas, diferindo nestas circunstâncias finais, um pouco dos *Elementos*.

Desta maneira, conclui-se que o autor se refere às proposições dos *Elementos*, não para usá-las, mas para dar fundamento e legitimar o procedimento. Na verdade as proposições dos *Elementos* não são usadas para construir, mas apenas para elevar o estatuto da arte de navegar, transformando-a em uma “ciência” seria.

Dando continuidade Figueiredo (1603, p. 266) retoma dizendo que cada uma das nove partes seja, “E logo cada um destes em cinco partes, ficará partido em 45 partes iguais. E cada parte dessas partiremos pelo meio. E serão noventa partes, para o que havemos de buscar uma taboa muito plana, e lisa de cedro, ou pereiro em que tracemos a presente demonstração”. Por ser complicado e devido à figura perder a qualidade de precisão, da divisão em cinco partes iguais de cada um dos três espaços, optou-se parar por aqui.

Veja que o próximo passo do autor é dividir cada uma das nove partes em outras cinco partes, formando um total de 45 partes. Desta maneira, o mesmo recaía em um processo de difícil acesso no seu período, que talvez somente aqueles que faziam parte do ofício sabiam operar tal procedimento, com as ferramentas adequadas.

Posteriormente, a instrução é que se divida cada uma das quarenta e cinco partes ao meio formando um total de 90 partes iguais. Mas por que o autor teria feito isso, não seria melhor ter pegado o arco inteiro e ter realizado essa divisão, pois a mesma ficou muito minuciosa e com uma escala muito restrita. Será que não teria sido melhor por esse motivo ter utilizado o semicírculo? A discussão continua de maneira com a discussão de maneira a elencar possíveis respostas pertinentes nesse processo.

Pode-se ver que o autor cita a questão da demonstração, entretanto, a mesma não aparece baseada em teoremas ou proposições. Essa demonstração apresenta-se como uma verificação experimental. E além disso, o autor ressalta uma questão de ordem material que está relacionada a necessidade da demonstração ser realizada em uma taboa de espessura plana e lisa, confeccionada em cedro ou pereiro, cuja a resistência permitia que o material não deformasse e tivesse resistência no manuseio.

Figueiredo (1603), até o presente momento não construiu o instrumento de maneira nenhuma, mas deixou meio quarto de círculo, ou exatamente, um oitavo dividido em 90 partes iguais, o que possivelmente poderia ser feito por um transferidor do século XXI, entretanto, não existente no século XVII.

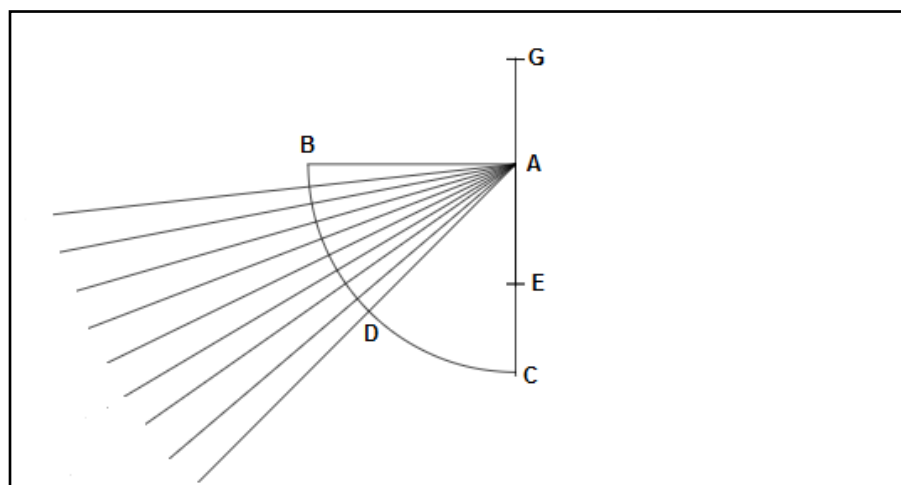
Na sequência o autor relata, “E depois de traçada veremos de que tamanho quero que seja, o *pinacido* que é o que os marinheiros chamam de soalha” (FIGUEIREDO, 1603, f. 266-267). A partir desse trecho percebe-se que um novo processo é iniciado na fabricação, a construção de outro componente do instrumento. Essa peça no texto é conhecida por *pinacido*, *pinacidio* ou soalha, ambos denominados de acordo com o segmento do saber, nos quais estavam sendo utilizados respectivamente, na astronomia e na navegação.

É muito comum que por volta do século XV até o XVII, a balhestilha aparecesse com diferentes tipos de terminologias, influenciando assim, a nomeação das suas peças. Pois, nesse período a mesma foi utilizada em distintos campos, como na agrimensura, na astronomia, na navegação. E por consequência a soalha, passou a ter diversos nomes a saber: transversário, transversal, pinacidio e entre outros. Da mesma forma, a régua quadrada, que irá ser mencionada adiante, foi chamada de virote, bastão, radio, entre outros (ROCHE, 1981).

Figueiredo (1630, f. 267) descreve de maneira breve como deve ser a soalha, “E suponho ser do tamanho do segmento de reta  $\overline{GE}$ , cujo meio será o ponto A. E do ponto E lançaremos um segmento de reta paralelo ao segmento de reta  $\overline{AB}$ , um segmento de reta  $\overline{EF}$ ”. Nota-se que o comprimento da soalha será do tamanho do segmento de reta  $\overline{GE}$ , construído sobre qual segmento de reta? Pois nesse momento tem duas opções de raio,  $\overline{AC}$  e o  $\overline{AB}$ .

Diante de todo esse processo e de acordo com as instruções do autor pode-se ver que o local mais adequado para o traçado do segmento de reta  $\overline{GE}$  será sobre o raio  $\overline{AC}$ , pois a construção do segmento de reta que partirá do ponto E até o ponto F, atenderá a solicitação de Figueiredo (1603), de ser paralelo ao segmento  $\overline{AB}$  (Figura 13). Note também que o autor ressalta que tal soalha de comprimento  $\overline{GE}$  esteja com o meio no ponto A, fazendo referência à questão do ponto médio de um segmento de reta.

**Figura 13 - Traçado do segmento  $\overline{GE}$**



Fonte: Elaborado pela autora.

No entanto, o autor não deixa claro o comprimento da soalha  $\overline{GE}$  e nem fala de sua relação com alguma outra peça do instrumento, ou material cuja qual deve ser construída. Mas, é notório que as divisões realizadas no arco  $\overline{BD}$ , são feitas em torno de metade da soalha  $\overline{AE}$ , o que pode está relacionada ao fato do autor ter usado apenas um quarto de círculo.

No caso, de traçar o segmento de reta  $\overline{EF}$  paralelo ao prolongamento do segmento  $\overline{AB}$ , tem-se as construções geométricas expostas na sexta parte do documento, *Chronographia, Reportorio dos Tempos*, com base no uso do compasso e da régua. Uma outra ferramenta que possibilitava executar o paralelismo entre dois segmentos e que estava disponível no período eram os esquadros sem escalas. O próximo trecho que o autor apresenta é,

E pondo uma régua muito bem direita, e com cautela no ponto A e em cada parte do quarto BA faremos divisões onde cortara régua o segmento de reta  $\overline{EF}$ , o qual o segmento ficará dividido em outras noventa partes como está dividido o arco  $\overline{DB}$ : o que teremos muito bem operado feito como está dito (FIGUEIREDO, 1603, f. 267).

Nessa parte será usada uma régua muito bem pontual no ponto A, sem nenhuma deformidade, de maneira a ser colocada a coincidir com as divisões realizadas inicialmente no quarto de círculo. Daí serão traçados segmentos que interceptem o segmento  $\overline{EF}$ , em noventa pontos diferentes. Entretanto, note que aqui é feita uma observação de extrema importância, no início quando Figueiredo solicita que o arco  $\overline{BC}$  seja dividido ao meio no ponto D, a parte que será usada para realizar as noventas divisões será a parte superior desse quarto de círculo, que corresponde exatamente ao trecho que diz “em cada parte do quarto BA”, pois as divisões estarão neste lado.





século XVI e XVII, todavia, essa peça não obteve somente esses dois nomes, foi chamada também de bastão, indicador, como dito anteriormente.

Agora com a imagem é possível ver que os segmentos são traçados paralelos ao ponto H, mas, não se nota a presença de apenas dois segmentos mais próximos e outros dois mais afastados, como ressalta Figueiredo (1603), pode-se observar vários deles. Todavia quanto mais próximo do ponto H, mais os traços aumentam, e à medida que se distanciam do mesmo ponto, diminuem em quantidade.

Por que será? Será que tem alguma razão matemática para que isso aconteça? Como se pode ver a escala do instrumento não é linear, garantindo uma distância padrão entre cada marcação. A mesma se apresenta como uma escala angular, portanto, os ângulos não possuem relação de proporção com uma escala linear. Isso é visível no decorrer do comprimento do virote, pois as distâncias entre os graus não é a mesma.

É interessante ressaltar que antes de iniciar a graduação, uma parte do virote fica livre, que medida seria aquela? Por questões visuais se for colocada à soalha antes de 90° não é possível observar o objeto desejado, até mesmo porque o que se deseja medir, no máximo possui uma distância de 90°, que é a distância da linha do horizonte (plano) e o zênite. O próximo passo o autor sugere,

E com um compasso lhe passaremos todos os espaços do segmento de reta  $\overline{EF}$ , e assim teremos dividida toda a régua quadrada em tantas partes em quantas estiver o segmento  $\overline{EF}$  as quais partes chamamos graus, e os poremos com suas divisões de dez em dez graus com seus números como demonstra a presente figura (FIGUEIREDO, 1603, f. 267).

Note que o autor utiliza-se do compasso para transferir cada segmento disposto no segmento de reta  $\overline{EF}$  diretamente para o virote. E, somente depois, afirma que cada parte do segmento  $\overline{EF}$  assinalado no virote  $\overline{HY}$  será chamada de graus. Além disso, é perceptível também que Figueiredo (1603) solicita no início da fabricação a divisão do arco  $\overline{DB}$  em noventa partes que serão transpostas para o segmento de reta  $\overline{EF}$ . Porém, no segmento  $\overline{EF}$  não serão assinaladas as noventa partes, mas sim apenas nove partes, correspondentes a representação de dez em dez graus, de 0° a 90° (Figura 14).

Um dos motivos que pode justificar essa situação seria a dificuldade no processo de execução dessa divisão em 90 partes iguais. Pois, a própria (Figura 14) não demonstra todo esse processo e essa quantidade de divisões, apresenta somente os três primeiros passos citados anteriormente, que seria dividir o arco  $\overline{BC}$  ao meio, e depois dividir  $\overline{DB}$  em três partes iguais, e cada uma dessas três partes dividir em outras três partes iguais. Provavelmente, para a

realização desse processo talvez fosse necessário uma taboa maior e um quarto de círculo de tamanho mais extenso.

Veja que nesse procedimento uma reta não interceptou o segmento de reta  $\overline{EF}$ , acarretando uma graduação com escala angular de  $20^\circ$  a  $90^\circ$ . Note que para o virote ter a graduação completa, ele e a taboa teriam que ser um pouco maior, ou a soalha deveria ser menor. Então se conclui que à medida que a soalha aumenta o virote precisaria se expandir para comportar toda a graduação, enquanto que, quanto menor a soalha o virote não tem necessidade de prolongamento.

Uma outra questão que estimula a curiosidade é quanto ao transporte dos segmentos de reta da linha  $\overline{EF}$  por meio do compasso até o virote. Será que não seria mais prático apenas transportar o virote até o segmento  $\overline{EF}$  e realizar essas marcações. Entretanto, chega-se à conclusão definitivamente de que o autor apresenta um tipo de gabarito, que seria um modelo em uma taboa plana para que outros oficiais, marinheiros, estudiosos, etc., do período pudessem confeccionar seus instrumentos a partir dessa, sem ter a necessidade de realizar todo esse processo do início novamente.

Talvez, nesta questão residiria o fato do virote não ter sido remanejado para próximo do segmento  $\overline{EF}$ , pois tudo que se está construindo não saiu da taboa, ficaram como ilustrações e modelo padrão para quem obtivesse essa obra. Assim, quem quisesse fabricar o instrumento teria as instruções e a figura para obter as marcações, comprimentos e moldes, pois como percebe-se o texto não apresenta o comprimento do virote, a espessura da soalha, e a relação do virote com a soalha e vice-versa, entre outras coisas.

Em seguida, é interessante ressaltar as observações que o autor faz quanto à soalha e ao virote, exposta na seguinte expressão,

O pinacidio será de largura três vezes quanto for à régua quadrada, a qual se fará de uma polegada de largo. E a soalha de três, e será de tamanho do segmento de reta GE. E no meio lhe faremos um buraco quadrado quanto caiba a régua quadrada o mais justo que puderem ser. E assim ficara feito o radio astronômico, ou balhestilha. (FIGUEIREDO, 1603, f. 267).

Nesse trecho pode-se encontrar uma relação de proporção em relação as peças da balhestilha, pois a soalha (chamada de S) será de largura três vezes maior quanto for a largura do virote (chamado de P), ou seja, temos que  $S_L = 3 \times P_L$ , sendo L representado a largura. É importante lembrar que anteriormente foi dito que o virote possui as quatro faces iguais, de acordo com as figuras chega-se a conclusão de que as faces são quadriláteros, retângulos, sendo apenas a secção do virote quadrada.

Desta forma, esse tópico apresentou algumas questões de ordem matemática e material que emergiram dessa conversa com o texto, e que poderão ser exploradas para o encontro de algumas potencialidades didáticas. Assim, o próximo assunto também desenvolve esse diálogo com o texto do uso da balhestilha, de maneira a destacar outras questões matemáticas e materiais.

### 3.2 Conversando com o texto que apresenta o uso da balhestilha

O seguinte texto inserido na sexta parte da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*(1603), como o capítulo II, aborda o uso do radio astronômico, que está sendo tratado por balhestilha. Todavia, essa nomenclatura varia de acordo com diversos aspectos citados anteriormente, como a influência do país, no qual estava inserida, sua inserção em um campo de conhecimento, ou escolha do nome pelo próprio fabricante, entre outros.

Figueiredo (1603, f. 267), deixa um desses aspectos bem claro logo no início do texto quando relata, “Os astrônomos chamaram a este instrumento radio astronômico, por quanto observarão por este a distância das estrelas de umas as outras observadas por via do raio visual que sai do nosso olho [...]”. Por esse fragmento percebe-se a utilidade do instrumento no campo astronômico, que estava voltado para se obter a distância angular dos astros, denominado por radio astronômico.

No trecho seguinte o autor apresenta, “[...] no qual usam os navegantes para tomarem a estrela do norte quando dito do horizonte sobre a terra para acharem a elevação do polo ártico. E lhe chamaram balhestilha. E quanto ao uso dele muito fácil, como o demonstra a presente figura<sup>21</sup>” (FIGUEIREDO, 1603, f. 267 - 268). Nesse trecho o autor, enfatiza que o mesmo instrumento era conhecido por balhestilha entre os navegantes, e que tinha como objetivo conseguir a localização em alto mar por meio do instrumento, tomando a elevação do polo, pela referência da estrela Polar e a linha do horizonte.

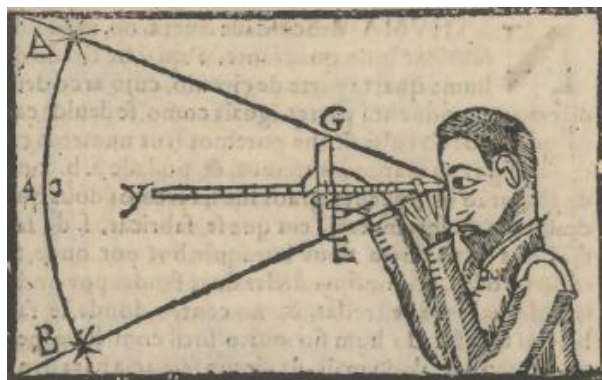
Diante deste excerto também pode-se notar que o autor ressalta que o instrumento tinha o intuito de permitir a obtenção de uma distância. Como mencionado no tópico anterior o instrumento recebia por meio do compasso diversas divisões que representavam graus, ou seja, uma escala que variava de 0° a 90°, assinalados no virote de dez em dez graus. Desta

---

<sup>21</sup> Essa figura se encontra dentro do texto que apresenta o uso da balhestilha e que neste trabalho será a (Figura 15).

forma, pode ser verificado na (Figura 15), o intervalo obtido seria a distância angular entre as duas estrelas ou entre a estrela Polar e o horizonte.

**Figura 15 - Uso da balhestilha**



Fonte: Figueiredo (1603, f. 268).

Diante da (Figura 15) é possível verificar também a questão do raio visual que autor comenta. Lembrando um pouco a respeito dos instrumentos ópticos que tem como princípio esse aspecto no processo de observação. Segundo Pereira e Saito (2018), salientam que esses raios visuais são na verdade, linhas ópticas, que permitem posicionar o instrumento de forma adequada a medir aquilo que se está almejando com maior precisão.

Assim, por meio da (Figura 15), é possível inferir como seria o uso desses raios mediante o uso do instrumento. Observe que o mesmo deve sair bem do centro do olho (local no qual deve ser colocada a extremidade H do virote) e se dividir em dois caminhos distintos. Sendo que um deles segue passando pelo ponto G (extremidade superior da soalha) até atingir o ponto A, que é um dos astros. Em seguida, o outro raio visual passa pelo ponto E (extremidade inferior da soalha) e segue até o ponto B, que seria o outro astro.

Desta forma, o que se pode observar são questões de ordem matemática, implícitas nesse processo, que permitem que o instrumento seja usado de maneira apropriada, pois os raios visuais que passam pelos pontos H e G definem uma única reta que segue até o ponto A, da mesma forma com os pontos H e E, determinam uma única reta que passa pelo ponto B. E os três pontos H, G e E não colineares definem um único plano no qual o instrumento deve está.

Neste contexto, Figueiredo (1603, f. 268) complementa que, “No instrumento HY pelo qual observo a distância das duas estrelas AB passam os raios visuais do olho H pelas extremidades da soalha pinacidio GE, o raio HA e raio HB”. E em seguida, apresenta uma situação de uso do instrumento, “E corta o pinacidio no radio HY em 40° graus, os quais me mostra o arco AB distância de ambas as estrelas, mas os pilotos não tomam distâncias, senão

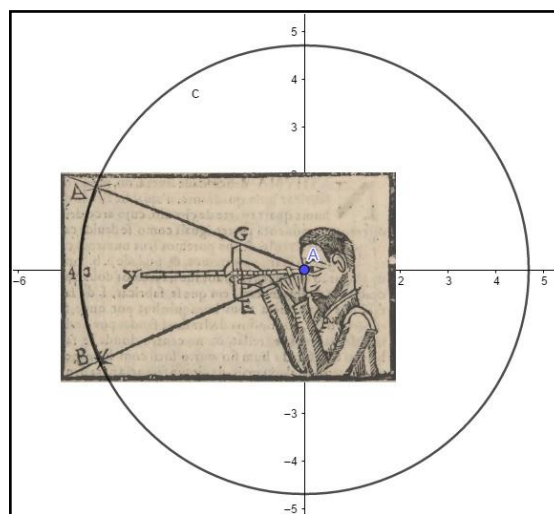
a altura, ou distância do horizonte, pondo uma extremidade da soalha no horizonte, & outra na estrela do norte”.

Conforme Figueiredo (1603) neste momento da observação, a soalha fica parada/fixada no radio<sup>22</sup> em pleno traçado que corresponde a 40°, que seria o ângulo BHA que separa uma estrela da outra e que corresponde ao arco  $\widehat{AB}$ . Entretanto, essa soalha é confeccionada de maneira a se movimentar do ponto H para o Y. De acordo com a (Figura 15), à medida que a soalha é movimentada em direção ao ponto Y, o ângulo de visualização do observador tende a diminuir, enquanto que, quanto mais se aproxima do ponto H, tende a aumentar, até no máximo 90°.

Assim, em qual ponto desse processo estaria aquele um quarto de círculo desenhado na taboa do tópico anterior? Na verdade é mais perceptível o uso do semicírculo, que o autor deixa a disposição no início da construção. Sendo que o centro A agora será o ponto H. Desta maneira o virote passa a ser a bissetriz sempre do ângulo encontrado. Veja que as figuras geométricas que aparecem nesta situação são dois tipos de triângulos: isósceles, formados por HGE e HAB; retângulos, estabelecidos por HGI e HEI, sendo I o ponto de intersecção da soalha com o virote.

No entanto, no decorrer do movimento da soalha outros triângulos vão aparecendo com ângulos diferenciados, dentro deles, triângulos equiláteros, entre outros. Vejamos também que no momento em que o observador está realizando essa medição o valor de 40° corresponde a um ângulo central, no qual o piloto supostamente estaria no centro de uma circunferência de centro H e raio HA ou HB, como podemos ver na figura 16.

**Figura 16 - O olho do observador no centro de uma circunferência**



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603).

<sup>22</sup> Outro nome dado ao virote, além de régua quadrada.

Desta forma, podemos contemplar esse processo dentro de um plano cartesiano ou trigonométrico, de maneira a articular conceitos trigonométricos junto com geométricos. A soalha dentro da circunferência assume a posição de tangente dentro do círculo trigonométrico.

Na sequência, Figueiredo (1603, f. 268) ressalta que para as medições, “E usam as regras do cap. dezessete da terceira parte deste livro, onde copiosamente pós regras para se achar a elevação do polo pela estrela do norte”. Entretanto, as regras para a medição fazendo uso da estrela Polar, não estão no capítulo dezessete, provavelmente o autor se enganou ao referenciar o capítulo, pois as regras se encontram no capítulo dezesseis.

Neste capítulo se apresentam regras que norteiam as medições dos navegantes, caso eles estejam em qualquer ponto, leste, oeste, sul ou norte, para a localização devida da estrela Polar pelas guardas. O autor também reforça, que um outro astro pode ser usado, “Também por outra qualquer estrela tomada no meridiano, tomaremos a elevação do polo, ou latitude da região como no dito cap. está. E muito bem se pode tomar o sol com a balhestilha assim como obramos nas estrelas” (FIGUEIREDO, 1603, f. 268).

Diante da fala do autor, pode ser contemplado que a balhestilha não era utilizada somente a noite, mas também poderia ser usado durante o dia. Isso muitas vezes acontecia porque durante a noite a linha do horizonte desaparecia, ou por causa da própria escuridão ou por causa das neblinas. Nestas circunstâncias, usa-la para saber a altura do sol, também ajudava na localização das caravelas em mar aberto.

Essas são algumas das finalidades da balhestilha exposta por Figueiredo (1603), mas a mesma possuiu várias outros propósitos em campos de conhecimento variados, como na agrimensura. Assim, esse capítulo se encerra apresentando um diálogo com o texto que discorre sobre a fabricação e o uso do instrumento, de maneira a perceber questões de ordem matemática, material e epistemológica presentes nessa conversa e que na maioria das vezes se encontra em uma linguagem mais robusta e implícita dentro do texto.

## 4 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo será abordado o caminho metodológico pelo qual o estudo se desenvolveu, de maneira a destacar o tipo de pesquisa, que foi qualitativa, e quanto aos procedimentos se delineou como pesquisa participante, envolvendo também a construção da interface. Ademais descreve-se o curso de extensão universitária, *Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhéstilha, inserida na obra Chronographia, Reportorio dos Tempos..., de 1603*, o espaço no qual foi organizado, os participantes e como se deu seu planejamento e desenvolvimento em cada prática.

### 4.1 Descrição da pesquisa

Para melhor estruturar esse estudo, se fundamentou em alguns autores que dessem suporte para conduzir os momentos explorados em cada parte dessa pesquisa. A cada procedimento pensado dentro de um estudo precisa-se seguir uma organização que possibilite ao leitor compreender o que ali está escrito, para quem se destina e como foi aplicado no campo da educação matemática, de maneira que outros leitores possam compreender e fazer uso dessa pesquisa.

Esse estudo está baseado em uma pesquisa com abordagem qualitativa que segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 70),

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável [...] que não pode ser traduzido em números. [...] Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para a coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.

Neste tipo de pesquisa os autores ressaltam a importância da dinâmica do sujeito no ambiente, no qual esse espaço será a principal fonte para coleta dos dados tendo o pesquisador como norteador nesse processo. Além disso, ressaltam que o foco não é transformar dados em uma quantidade, mas entender como se desenvolve cada processo dentro do estudo, juntamente com os significados que podem vir a emergir desse processo. Desta maneira Moreira (2011, p. 58), caracteriza também a forma de eloquência trabalhada dentro dessa pesquisa como

A retórica qualitativa não evita a linguagem cotidiana carregada de valores; é detalhada, promovendo elementos em quantidade suficiente - citações, vinhetas, documentos, comentários interpretativos - para persuadir o leitor que as asserções de conhecimento são interpretações válidas daquilo que os eventos significam do ponto de vista dos sujeitos da pesquisa.



Segundo o autor a oratória dentro do processo da pesquisa qualitativa permite coletar uma quantidade ampla de falas, escritos, entre outros aspectos dos sujeitos, que possibilite validar afirmações levantadas em um momento anterior. Com isso, pode-se obter uma quantidade suficiente de dados que poderá nos revelar elementos característicos do público-alvo.

Nesta pesquisa tentou-se realizar alguns passos dentro da construção da interface, proposta por Saito e Dias (2013), no intuito de articular a história da matemática, pautada em uma vertente historiográfica atualizada, com o ensino de matemática. Desta forma, no primeiro momento o documento, *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de Manoel de Figueiredo, publicado em 1603, e o instrumento balhestilha contido nele, foram contextualizados de maneira a articular em partes as esferas de análise proposta por Beltran, Saito e Trindade (2014), que são as esferas, epistemológica, historiográfica e contextual.

Segundo Castillo (2016), cada esfera se constitui de maneira distinta, a contextual tende a permitir que se compreenda o contexto do objeto de investigação por uma ótica do período no qual estava inserido; a historiográfica procura não perder de vista os diversos caminhos que a história pode percorrer; e a epistemológica envolve pressupostos e conhecimentos de um determinado período.

Tais esferas permitem evitar casos do tipo relatados por Alfonso-Goldfarb (2008, p. 7) no qual documentos não são bem contextualizados e “[...] tomando ciências recentes como parâmetros para verificar supostos fracassos em evoluções de ciências anteriores. Como se sabe, derivaram daí, em grande parte, os anacronismos e os subsequentes problemas de classificação [...]”. O anacronismo acontece quando atribui ou julga-se algo com as concepções que se tem hoje, sem compreender as necessidades e o contexto do objeto no período no qual estava inserido.

Desta maneira, foi realizado em parte o primeiro movimento apresentado por Saito e Dias (2013), que seria o contexto no qual os conhecimentos foram desenvolvidos. Posteriormente, ocorreu o movimento do pensamento na formação do conhecimento matemático. Nessa parte iniciou-se uma conversa com o texto com o qual se estava trabalhando e com o instrumento a ser explorado. Pereira e Saito (2018, p. 4), descrevem esse movimento como o momento de

[...] observar agora o conteúdo matemático, método e os motivos por trás da escrita do documento, contextualizando na época em que foi elaborado e, portanto, considerando todas as características de ordem matemática, técnica e epistemológica como propõe uma historiografia contemporânea.

Para que a partir desse momento, articulando essas questões de ordem matemática, epistemológica, historiográfica com vista a serem envolvidas com o ensino possam emergir potencialidades didáticas que possibilitem a construção de atividades didáticas que visem articular história e ensino de maneira a promover a construção do conhecimento matemático.

É interessante ressaltar que Pereira e Saito (2018) esclarecem que não existe uma ordenação para a realização desses dois movimentos, mas destacam a importância de se distinguir os objetos trabalhados na interface, que são dois: um deles consiste em um documento, ou texto, um instrumento, entre outros, escolhido no início, que possibilitam articular esses dois movimentos citados anteriormente; enquanto que o outro objeto constitui-se como um construto, que ira emergir do movimento do pensamento, sendo ele potencialmente didático para a construção do conhecimento matemático por meio de atividades didáticas.

Quanto aos procedimentos foi feito uso de uma pesquisa participante, que na visão de Prodanov e Freitas (2013), parte da interação entre pesquisadores e participantes envolvidos na situação investigada. Ademais nesse tipo de pesquisa segundo os autores é necessário realizar algumas tarefas antes da aplicação, sendo elas: determinação de objetivos; construção de hipóteses; definição do grupo a ser contemplado, no caso da pesquisa, a formação de professores; distribuição das tarefas; organização por parte dos pesquisadores; confecção do cronograma de atividades a serem desenvolvidos.

Nessa pesquisa, conhecimento e ação andam juntos, tendo um terceiro componente ainda mais forte que seria a prática, para a promoção da manifestação de conhecimento nessa realidade. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 69), essa ação é de extrema importância porque a partir dela consegue-se descobrir “[...] novos problemas antes não pensados, cuja análise e consequente a resolução também sofrem modificações, dado o nível maior de experiência tanto do pesquisador quanto de seus companheiros da comunidade”.

Desta maneira, percebe-se nesses procedimentos fatores condizentes com a pesquisa, de maneira a dar um suporte para a mesma, no intuito de poder obter resultados não para análise em específico, mas para ampliar a visão de novos potenciais que podem surgir do envolvimento dos alunos com os textos da fabricação e uso da balhestilha e seu manuseio, com vista a serem novamente explorados em outros cursos posteriormente.

#### **4.2 Descrição do curso de extensão universitária**

O curso de extensão universitária intitulado, Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhestilha, inserida na obra

*Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603, ministrado no período de 23 a 26 de julho de 2018, teve carga horária de 20h/a e foi aplicado no Laboratório de Matemática e Ensino da Universidade Estadual do Ceará (UECE), localizado na Avenida Silas Munguba, 1700, Campus Itaperi, Fortaleza - Ceará.

O curso contemplou 11 discentes, 1 docente e 1 observador(a). E teve como propósito, articular a descrição da construção e do uso da balhestilha, inserida no tratado, *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, para emersão de conhecimentos matemáticos que possibilitassem compreender e manusear o instrumento. Alguns conteúdos que foram vistos no decorrer do curso se apresentam no (Quadro 2) a seguir:

**Quadro 2- Conteúdos apresentados no curso de extensão**

OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CH
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer o período das grandes navegações entre os séculos XVI e XVII;</li> <li>• Conhecer alguns aspectos da geometria prática;</li> <li>• Descrever um pouco do desenvolvimento do radio astronômico ou balhestilha entre os séculos XIV e XVII.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 1: Compreendendo um pouco da história do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>1.1. O contexto no qual estavam inseridos, os séculos XVI e XVII;</p> <p>1.2. Algumas considerações sobre o desenvolvimento desse instrumento, conhecido de maneira mais geral de <i>baculus de Jacob</i></p>	2h/a
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer que foi Manoel de Figueiredo;</li> <li>• Entender a importância e as questões relevantes que obra <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603) trata.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 2: Manuel de Figueiredo e a obra, <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</b></p> <p>2.1. Alguns tópicos da vida e obras de Manuel de Figueiredo;</p> <p>2.2. Algumas considerações sobre a obra <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</p>	2h/a
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender as partes do radio astronômico ou balhestilha a partir da fabricação do instrumento;</li> <li>• Elencar os conceitos matemáticos articulados nessa construção.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 3: A fabricação do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>3.1. Estudo da descrição que apresenta a fabrica do radio astronômico ou balhestilha, em <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603);</p> <p>3.2. Atividade de articulação entre o instrumento físico, radio astronômico ou balhestilha, e a fabricação do instrumento.</p>	8h/a
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mobilizar conhecimentos matemáticos para aplicação do instrumento em uma situação real;</li> <li>• Articular o instrumento com o uso para emergir algumas questões matemáticas potencialmente didáticas.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 4: O uso do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>4.1. Estudo da descrição que apresenta o uso do radio astronômico ou balhestilha, em <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</p> <p>4.2. Realização de uma atividade fazendo uso de uma aplicação do radio astronômico ou balhestilha em uma situação real para a</p>	8h/a

	mobilização de conhecimentos matemáticos.	
--	---	--

Fonte: Elaborada pela autora.

Esse curso de extensão contou com a parceria da Pró-reitoria de Extensão da UECE, o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), o Laboratório de Matemática e Ensino da UECE e a Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PGECM) do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). O curso está inserido em um Programa de Formação Docente (PFD), sendo o segundo a ser ministrado no Projeto Guarda Chuva, que tem o intuito de tentar realizar a construção de interfaces, a partir da articulação de instrumentos matemáticos da antiguidade, para a construção de propostas didático-pedagógicas que possibilitem articular história e ensino de matemática.

#### ***4.2.1 Lócus e público-alvo***

O curso de extensão foi ministrado no Laboratório de Matemática e Ensino, localizado na UECE, Campus Itaperi, atendendo a uma demanda de discentes que se encontram em formação inicial dentro da universidade e a escolas públicas e privadas de Fortaleza, no Ceará, em relação ao Ensino Fundamental e Médio.

O nome oficial é Laboratório de Matemática e Ensino Professor Bernardo Rodrigues Torres (LABMATEn/UECE), que se oficializou em 1998, quando chegou ao fim o Curso de Licenciatura Curta em Ciências, que habilitava estudantes da área da Matemática, Física e Química, dando lugar ao Curso de Licenciatura em Matemática, que passou a ter em sua grade curricular a disciplina de Laboratório de Matemática (PEREIRA; VASCONCELOS, 2014).

Segundo Pereira e Vasconcelos (2014), a ideia da construção desse laboratório partiu de uma junta de professores que tinham em comum a preocupação com a qualidade da Educação no ensino de Ciências e Matemática. Preocupação essa, que culminou na criação do Programa Cearense de Educação Básica (PROCEB), voltado para tentar melhorar o Ensino no Estado do Ceará, nas respectivas áreas, de Ciências e Matemática.

Uma inquietação também presente em outros autores, como Lorenzato (2009, p. 6), quando afirma que,

[...] para aqueles que possuem uma visão atualizada da educação matemática, o laboratório de ensino é uma grata alternativa metodológica porque, mais do que nunca, o ensino da matemática se apresenta com necessidades especiais e o Laboratório Ensino de Matemática pode e deve prover a escola [estudantes em formação] para atender essas necessidades.

Necessidades essas que vão desde o estudo contextualizado dos conceitos matemáticos, a partir do material concreto, da história da matemática, entre outras tendências,

e que possibilitam mobilizar o laboratório para o desenvolvimento de atividades, promovendo a construção do conhecimento matemático. Concordando com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que “dados obtidos em demonstrações, em visitas, em relatos de experimentos ou no laboratório devem permitir, através de trabalho em grupo, discussões coletivas, que se construam conceitos e se desenvolvam competências e habilidades” (BRASIL, 1998, p. 36).

Desta maneira, o Laboratório de Matemática e Ensino é um espaço de aprendizagem, promissor para o desenvolvimento de atividades envolvendo o curso de extensão, que foi voltado para a formação de professores, sendo dos 11 participantes, 6 professores já graduados, 5 pela UECE e 1 pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UEVA). E a outra parte formada por 5 discentes em processo de formação inicial na UECE. Ambos os grupos possuem em comum o curso de Licenciatura em Matemática da UECE e apenas um dos discentes é bacharel em Estatística.

Dos 6 discentes já graduados, dois estão cursando mestrado acadêmico, um mestrado profissional e o outro possui especialização, todos na área de Ensino de Ciências e Matemática. No momento desta pesquisa somente 2 participantes não estavam ministrando aulas, os demais estavam trabalhando no Ensino Fundamental séries finais, no Ensino Médio e somente 1 no Ensino Superior.

No decorrer do curso o estudo se deu com instrumentos antigos e documentos históricos, logo teve-se o interesse de saber se eles já tinham tido algum envolvimento com a história da matemática, e 9 deles disseram que sim, outros 2 discentes disseram que não. No entanto, um desses dois ainda se encontra na graduação, e portanto, talvez não teria cursado ainda a disciplina de História da Matemática que se encontra na grade curricular, fluxo 2008.1, da UECE. Enquanto que o outro participante, se formou pela UECE, mas seu período de egresso teria sido antes do lançamento da grade de 2008.1, e depois de concluído a graduação não participou de nenhuma outra formação, o que limitou seu envolvimento com a história da matemática.

É interessante ressaltar que os participantes elencaram diversas maneiras de aplicar a história da matemática na sala de aula, as quais fizeram uso, dentre elas, utilizando jogos matemáticos antigos; oficinas e seminários; vídeos sobre a matemática Grega, sobre Tales; os tipos de sistemas de numeração; como suporte para a introdução de conteúdos matemáticos; entre outros.

Conhecer as características profissionais de cada participante do curso foi de extrema importância, principalmente compreender seu envolvimento com a história da matemática,

sua maneira de implementá-la na sala de aula e seus anseios por explorar algo novo, possibilitaram planejar o curso de uma maneira mais objetiva, simples e com todas as estratégias envolvendo a articulação do instrumento, balhestilha, com os textos históricos.

#### **4.2.2 Planejamento e procedimento metodológico do curso**

O curso foi planejado para no máximo 12 discentes, devido ao espaço, mas principalmente, pela questão do controle dos discentes e dos grupos que iriam ser formados. O seu desenvolvimento ocorreu entre os dias 23 a 26 de julho de 2018, no horário de 8h00min as 12h00min, com intervalo de 20min.

O material desenvolvido para o uso no curso foram duas práticas, a primeira sendo destinada para um dia e a segunda para três dias. Foi desenvolvida uma atividade na primeira prática e três atividades na segunda prática, somando um total de quatro atividades. Foram preparadas folhas de relatórios para cada grupo, disponibilizada ao final de cada atividade. E para o final do dia foi disponibilizado uma ficha de avaliação para cada componente. Além disso, foram produzidos dois cartões de hipóteses, um para cada prática, no qual somente a docente e a observadora tinham acesso.

Na primeira parte do curso foi ministrada uma aula teórica, que tratou a respeito do contexto da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, e do instrumento balhestilha, no âmbito das navegações, da geometria prática, entre outros. Na segunda parte foi planejado um trabalho em equipe, fundamentado nas autoras Cohen e Lotan (2017, p. 1 - 2) que definem o trabalho em grupo como sendo,

[...] alunos trabalhando juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas. Além disso, é esperado que os alunos desempenhem suas tarefas sem supervisão direta ou imediata do professor. Trabalhando em grupo não é a mesma coisa que agrupamento por habilidade, na qual o professor divide a sala por critério acadêmico para que possa ensinar para grupos mais homogêneos.

As autoras trazem uma concepção de que o trabalho em grupo nem sempre é definido por uma quantidade extensa de pessoas se comunicando entre si e com habilidades e afinidades em comum. Mas caracterizam esses grupos como um espaço de poucas pessoas, que sabem dos seus deveres e não precisam de supervisão ou interação do professor de imediato para atingir o objetivo inicial vinculada a tarefa do grupo.

Por essas circunstâncias, os discentes foram organizados em equipes de três participantes, formando um total de quatro equipes. Neste momento é importante ressaltar que um dos discentes faltou, somando apenas 11 participantes, o que não impediu que nos dois primeiros dias do curso forma-se uma dupla. No decorrer do terceiro e quarto dia, por uma

melhor organização, foi distribuído esses participantes nos demais grupos, formando no final somente três equipes.

Para o primeiro dia foi destinado a **Prática 1**, no qual foi apresentado o texto da descrição da construção da balhestilha, após um tratamento didático, quanto a expressões, palavras e nomenclaturas que seriam de difícil compreensão, juntamente com o instrumento físico. Acompanhando essa prática, foi disponibilizado a **atividade 1**, que tinha o objetivo de compreender as partes do instrumento e o por que delas estarem em determinado local, a partir da fabricação da balhestilha.

Em seguida, foi deixado que os discentes ficassem debatendo em grupo suas concepções e conhecimentos matemáticos que poderiam ser mobilizados. Cada membro do grupo obteve uma função, baseado nos estudos de Cohen e Lotan (2017), como podemos ver no (Quadro 3):

**Quadro 3 - Função de cada discente**

<b>FUNÇÃO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>
Facilitador	Tem o objetivo de ajudar a equipe em todos os momentos, no decorrer da atividade, realizando pesquisas no intuito de ajudar com respostas; interage com outros grupos para compreender algum passo que não conseguiram desenvolver; e procura consultar o professor em última circunstância.
Relator	Sistematiza e escreve o relatório do grupo, e se for necessário apresenta-o para as demais equipes.
Verificador	Confere se o relator da equipe, na qual está fazendo parte, finalizou o relatório do grupo; e verifica se todos os membros do grupo preencheram as folhas de avaliação individualmente.
Gerenciador de materiais	Procura obter os materiais necessários para o desenvolvimento do trabalho e fica responsável por devolvê-los.
Organizador	É responsável por guiar as discussões, aprendizagens, sem deixar que o diálogo do grupo tome outros rumos que saiam do objetivo da aula; além disso, pode atuar como controlador do tempo para que ninguém chegue no momento de cada atividade atrasado.
Oficial de segurança	Certifica-se de que a interação no grupo está tranquila, sem alterações ou confusões; procura manter o equilíbrio em meio as discussões do grupo.

Fonte: Cohen e Lotan (2017).

Note que cada aluno passou a ter duas funções em cada dia, organizando um sistema de rotatividade, de maneira que o mesmo participante não ficasse com a mesma função do dia anterior. O professor só interferia nas discussões dos grupos, quando notava-se que eles se encontravam com grandes dificuldades, a ponto de estagnarem e se esgotarem quanto as hipóteses levantadas pelo grupo.

No decorrer dessa interação, docente e observadora tiveram a função de observar por entre as mesas, vislumbrando e registrando todo movimento do discente, quanto a

manipulação com o instrumento e com o texto da descrição. Quando necessário docente e observadora faziam uso dos cartões hipóteses. Ao finalizar cada atividade o relator do grupo deveria redigi-lo e entrega-lo ao docente ou a observadora, e o verificador deveria certificar-se de que todos os membros da equipe deveriam preencher a ficha de avaliação antes da finalização do curso. Os demais dias aconteceram dessa maneira, apenas foi modificado a prática e as atividades.

No segundo dia, foi disponibilizado a **Prática 2**, baseada no texto do uso da balhestilha articulada com o instrumento físico. Acompanhado da **atividade 1**, que tinha o objetivo de compreender as partes do instrumento e o por que delas estarem em determinado local, a partir do uso da balhestilha. No terceiro dia foi entre a **atividade 2**, correspondente a prática 2, no qual uma foi apresentado duas situações de uso da balhestilha, na qual os discentes escolheram apenas uma e discutiram baseado nos direcionamentos da atividade 2. Essa atividade teve o objetivo de compreender o uso do instrumento.

No quarto e último dia, foi apresentado a **atividade 3**, respaldada na **Prática 2** e na situação escolhida na atividade 2, que foi medir a altura de um astro em relação à linha do horizonte, agora aplicado em uma “situação real”. Deslocamos as equipes até o observatório Otto de Alencar localizado na UECE, para realizar as medições de maneira adaptada. Essa atividade teve o intuito de validar o instrumento por meio da abstração matemática em relação à prática.

Ressaltando que todas essas práticas e atividades, juntamente com os cartões de hipóteses da prática 1 e 2, o programa do curso de extensão universitária, se encontram nos apêndices. No decorrer do curso foram feitas filmagens, gravações de áudios, foram retiradas fotografias, de maneira a capturar todas as discussões dos discentes em cada equipe. No entanto, antes de iniciar o curso, foi ministrada uma aula que mostrou o intuito do curso e o percurso metodológico pelos quais os participantes iriam passar. Depois foram disponibilizadas para cada discente um termo de autorização de imagem e uso de depoimentos, para que os mesmo preenchessem os dados e assinassem, no qual o modelo se encontra no anexo.



## 5 A MOBILIZAÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS NO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA PARA O ENCONTRO DE POTENCIALIDADES DIDÁTICAS

Diante do curso de extensão universitária, intitulado, “Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da *balhestilha*, inserida na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603”, teve-se a oportunidade de realizar uma articulação entre a balhestilha e os textos que apresentam a fabricação e uso dela. Todo o processo se deu em torno de quatro dias, nos quais buscou-se junto aos alunos a mobilização de conhecimentos matemáticos que emergissem dessa interação entre os discentes, os textos e o instrumento físico.

No decorrer dos dias foram fornecidos suportes técnicos, materiais, aulas sobre alguns tópicos que fossem importantes para lhes dar um apoio nesse processo de interação. Além disso, foram produzidas duas cartas de apoio para auxiliar as equipes, cada carta de apoio contendo uma prática, no caso, 1 e 2. Junto a elas também produzidas atividades, no total de 4, uma direcionada para a primeira prática e as outras três para a segunda prática, no intuito de direcionar e possibilitar a reflexão dos discentes até o momento final de suas conclusões para serem consolidadas no relatório final, referente a cada atividade.

Na sequência cada uma dessas práticas e atividades foram explicadas, enfocando o seu tema principal e como iriam se desenvolver ao longo do tempo disponibilizado. Por fim, procurou-se destacar elementos que foram percebidos durante o curso em relação à fabricação e uso do instrumento articulado com seu manuseio, e que se mostrou potencialmente didático para explorar conhecimentos matemáticos de maneira a dialogar com a matemática que se tem hoje, no século XXI, com seus aspectos históricos, de forma a possibilitar a construção do conhecimento matemático por meio de atividades didáticas construídas futuramente.

### 5.1 Apresentação da Prática 1: estudando a fabricação e o manuseio da balhestilha

Para execução do curso foram confeccionadas as cartas de apoio, que consistiram em duas práticas. Neste tópico será tratado sobre a carta de apoio, **Prática 1**, que apresentou o capítulo um, da sexta parte do documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, que trata sobre a fabricação da balhestilha ou radio astronômico. A mesma passou por um tratamento didático quanto a expressões, palavras e símbolos característicos do período, no qual a obra estava inserida, e que poderiam dificultar a compreensão do discente. Por esse motivo achou-se melhor realizar breves adaptações e formalização de alguns elementos.

Para essa prática foram organizadas 4 equipes, sendo 3 grupos de três pessoas e 1 grupo de duas pessoas. Para a realização das atividades ao longo da manhã era necessário que cada membro de cada equipe se apropriasse de uma ou mais funções, dependendo da quantidade de pessoas, embasada nos estudos de Cohen e Lotan (2017).

Desta forma, essa carta de apoio teve o intuito de conduzir os participantes no caminhar pela leitura da fabricação da balhestilha, de maneira que se pudesse entender o processo de construção e de manuseio do instrumento. E além disso, fosse possível compreender as partes da balhestilhas e o por quê delas permanecerem em determinada posição, elencando os conhecimentos matemáticos mobilizados nessa construção.

### **5.1.1 Descrição da atividade 1**

Está atividade foi pautada na prática 1, na qual foi entregue para cada equipe os três componentes: carta de apoio - **Prática 1**, atividade 1 e a balhestilha construída. Todos os componentes só foram disponibilizados depois que cada um dos membros das equipes definiram suas funções. Os discentes passaram por volta de 1h30min lendo e interpretando a descrição da fabricação do instrumento, enquanto isso, simultaneamente e de acordo com a necessidade de cada grupo também podiam ir manipulando ou desmontando o instrumento.

A atividade também carregava consigo algumas questões norteadoras para ajudar a guiar o aluno nessa discussão, de maneira que os membros da equipe pudessem conhecer e compreender as partes da balhestilha, que conhecimentos matemáticos estariam incorporados neste manuseio, como se daria seu funcionamento.

No decorrer de toda a atividade, docente e observadora, permaneciam entre as mesas observando e anotando tudo o que os alunos relatavam, ou executavam. Passado o período de tempo de 1h30min e do intervalo, docente e observadora puderam intervir, entretanto, não explicando nada, mas realizando novos questionamentos em torno das dúvidas dos discentes ou fazendo uso do cartão hipótese para levantar novas indagações.

Por fim, cada grupo precisaria gerar um produto que seria um relatório final do dia envolvendo todas as conclusões inferidas diante do trabalho da equipe, com ênfase, nos primeiros indícios sobre os componentes do instrumento e o funcionamento da balhestilha de um modo geral.

## **5.2 Apresentação da Prática 2: estudando o uso da balhestilha**

A carta de apoio que contém a **Prática 2** consistiu-se da descrição do capítulo dois inserido na sexta parte do tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, em que traz o

uso da balhestilha nas grandes navegações e do radio astronômico na astronomia. Da mesma forma como foi relatado anteriormente essa descrição do uso passou por um tratamento didático, quanto a grafia, significado de algumas palavras e a formalização de algumas expressões matemáticas.

Essa prática foi composta por três atividades, na qual cada grupo novamente teria que se organizar para que a cada exercício cada membro tivesse uma nova função baseada nas categorias de Cohen e Loran (2017). A atividade 1 teve 4 grupos, 3 grupos compostos por 3 pessoas cada e um grupo com 2 participantes, sendo os mesmos grupos da prática 1. Enquanto que, a atividade 2 e 3 teve apenas 3 grupos no total, um grupo com 3 pessoas e dois com 4 participantes.

Essa prática 2 teve como objetivo possibilitar que os grupos compreendessem como o instrumento funciona e generalizassem esse processo. Essa atividade tentou proporcionar aos discentes a visão de que o instrumento não é feito para se obter uma grandeza, nem que se usa conhecimento matemático apenas nesse processo, mas que o conhecimento faz parte de todo o processo de articulação do instrumento.

### ***5.2.1 Descrição da atividade 1***

Essa atividade 1 baseada na prática 2, foi distribuída para cada equipe após cada componente de cada grupo definir sua função. Foram entregues a carta de apoio - **Prática 2**, atividade 1 e o instrumento pronto. Novamente foi destinado 1h30min para os membros das equipes poderem ler e interpretar o uso do instrumento, juntamente com a balhestilha construída.

Somente após esse espaço de tempo e do intervalo, docente e observadora puderam interferir em alguma coisa, levantando outros questionamentos, antes disso somente eram anotados todos os dados produzidos pelas atitudes dos discentes. Para mediar a discussão entre eles a atividade foi composta por alguns tópicos que pudessem orientá-los, voltando o foco para a articulação do instrumento de maneira a perceber suas partes e o porquê delas estarem ali, como era seu funcionamento e quais os conhecimentos matemáticos mobilizados no uso da balhestilha.

No final, cada grupo teria que produzir um resultado de todo esse estudo em forma de um relatório final do dia, disponibilizado para que as equipes registrassem suas primeiras hipóteses e conclusões a respeito das partes do instrumento e de seu funcionamento articulado com o uso.

### 5.2.2 Descrição da atividade 2

A atividade 2 pautada na **Prática 2**, como relatado anteriormente para os outros exercícios, só pode ser entregue depois que cada grupo definia novamente seu papel dentro da equipe. Nesta atividade foi envolvida a atividade 1, desta prática, para que os participantes retomassem as discussões por pelo menos uma 1h.

Só depois desse tempo disponibilizado que foi entregue a atividade 2, que consistia em duas situações presentes na própria carta de apoio e que destacamos a seguir:

1. Os navegantes utilizavam o instrumento para medir a distância entre a linha do horizonte e uma estrela, colocando a parte inferior da soalha no horizonte e a parte superior na estrela Polar.
2. Os astrônomos usavam a balhestilha para medir o espaço entre duas estrelas, de maneira a colocar as extremidades da soalha em cada astro.

Dadas essas situações, os participantes ficaram a vontade para poder escolher qual delas iriam fazer e qual a melhor maneira de executá-la. A situação escolhida foi à primeira, na qual foi montado um ambiente adaptado para os participantes realizarem as medições (Figura 17).

**Figura 17 - Aplicação da balhestilha em relação ao astro e a linha do horizonte na sala de aula**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Nesta atividade foi colada uma estrela na parede e traçado com papel crepom a linha do horizonte na parte inferior da lousa. O intuito seria de que os discentes pudessem realizar a medição da distância entre esses dois pontos, fazendo uso do instrumento. Durante as medições foram anotadas algumas observações levantadas por eles, relacionado à maneira como era posicionado a balhestilha, e como se garantia que tal observação estava certa, entre outras.

Nessa atividade também, foram colocadas perguntas norteadoras para encaminhar os discentes na observação dos elementos presentes no processo de medição. Tais questionamentos levaram em conta os possíveis conceitos matemáticos distintos que poderiam ser articulados nessas medições ou que estivesse incorporado nesse processo de uso do instrumento. Por fim, as discussões do grupo precisariam se transformar em um relatório final, no qual o relator deveria registrar os passos realizados na observação de maneira a destacar os elementos matemáticos presente nesse processo.

### 5.2.3 Descrição da atividade 3

A atividade 3 foi fundamentada na **Prática 2** e baseada também na atividade 2. Essa atividade foi realizada no Observatório Otto de Alencar, que faz parte do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Astronomia (LEPA), no qual se teve o intuito de reproduzir a mesma situação simulada dentro da sala de aula, que seria a medição da altura do astro em relação à linha do horizonte (Figura 18).

**Figura 18 - Aplicação da balhestilha no observatório Otto de Alencar**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

A atividade 3 foi composta por três momentos. No primeiro momento, foi solicitado que os meninos escolhessem um astro e determinasse qual seria a linha do horizonte, e manipulassem o instrumento, de maneira a perceber outros conceitos matemáticos distintos entre si, que pudessem ser articulados nessa observação. E por fim, discutissem com seus componentes do grupo quais passos foram realizados nessa medição.

No segundo momento, solicitou-se que eles pensassem em conceitos matemáticos, mas de áreas diferentes que pudessem ser manuseados no instrumento para pode chegar até a medida desejada. E no último momento, foi requisitado que o grupo tentasse sistematizar a relação matemática que permite encontrar no virote o ângulo de visualização entre o astro e a

linha do horizonte. Para finalizar essa prática, o grupo deveria produzir um relatório final, no qual o relator descrevesse os três momentos desenvolvidos no decorrer da atividade 3.

### **5.3 Algumas potencialidades didáticas da balhestilha que emergiram do curso de extensão universitária**

Este estudo segue desde o início envolvendo o documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* e a balhestilha, de maneira a serem pautados na pesquisa de Saito e Dias (2013), que apresentam para a construção de conhecimentos matemáticos articulando duas etapas de grande relevância, o movimento do pensamento e o contexto no qual esses conhecimentos foram desenvolvidos.

A partir da articulação desses dois movimentos em torno do tratado, em especial do capítulo da fabricação e do uso da balhestilha, e do próprio instrumento físico, surgiram alguns elementos de ordem matemática, material e epistemológica. Essas questões articuladas com o instrumento, se tornaram potencialmente didáticas para a construção do conhecimento matemático na Educação Básica.

Desta maneira, por meio da aplicação de um curso de extensão universitária tentou-se promover uma articulação desses fragmentos que trazem a construção e o uso do instrumento com o manuseio da balhestilha, de forma que pudesse emergir elementos potencialmente didáticos para construção de atividades didáticas futuramente.

No decorrer deste estudo observou-se que a balhestilha é um instrumento utilizado nas grandes navegações, e também na astronomia, porém, denominado por outra nomenclatura, radio astronômico. Composta por duas partes, o virote e a soalha, cada qual com sua função dentro do processo de medição.

Segundo Figueiredo (1603), o virote seria uma régua quadrada construído por um material chamado de pau preto, ou brasil, ou cedro, no qual ao longo dele eram realizadas marcações que correspondiam a graus. Enquanto que, a outra peça, a soalha, denominada também por pinacido ou pinacidio, era uma peça menor que o virote, com um orifício no centro que permitia que ela fosse movimentada para frente e para trás no intuito de marcar os graus no virote.

O instrumento apresenta-se repleto de conhecimentos geométricos e trigonométricos incorporados na sua manipulação. E cada uma das suas partes trazem significados que justificam o por que delas estarem ali, e isso se torna potencialmente didático para abordagem de conceitos matemáticos.

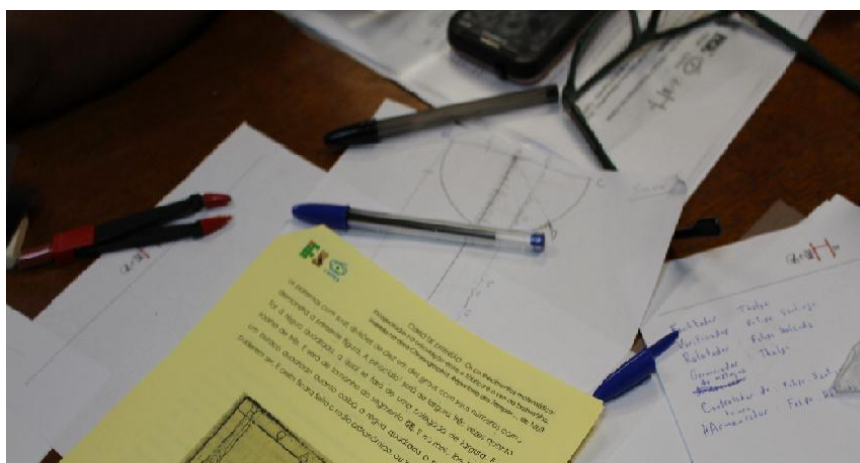
Uma parte potencialmente didática da balhestilha é a fabricação, pois o próprio autor apresenta uma sequência de passos que culminam em um gabarito para a construção e graduação de outras balhestilhas. Essa sequência se mostra repleta de conhecimentos matemáticos incorporados que são mobilizados através de construções geométricas. Essas construções não surgiram apenas no século XXI, mas em meados do século XVI começaram a ser recolhidas pela geometria prática e a agrimensura sob o nome de geometria construtiva, que estava presente nos cadernos de desenhos de arquitetos, mestres de obras, agrimensores, entre outros (SAITO, 2014).

As ferramentas utilizadas para essas construções na maioria das vezes eram o compasso, a régua e os pares de esquadros sem escalas. Segundo, Saito (2015), essas ferramentas se tornam facilitadoras didaticamente nas construções de reta, segmento de reta e círculo, mas não são esses entes construídos por esses instrumentos que são mobilizados nessas construções, mas sim aqueles que estão presentes nos postulados dos *Elementos* de Euclides. Como exemplo, “Pede-se, como coisa possível, que se tire de um ponto qualquer para outro qualquer ponto uma linha reta”, postulado 01 e “E que com qualquer centro e qualquer intervalo se descreva um círculo”, postulado 02, que representa reta e círculo, respectivamente (COMMANDINO, 1944, p.7).

Corroborando com isso, os PCN apresentam a área de geometria como um campo fértil para produções de atividades nas quais se possam explorar situações que necessitem de aplicação de construções geométricas, fazendo uso da régua e do compasso, de maneira a visualizar e aplicar propriedades das figuras geométricas, e suas relações com outros conceitos matemáticos (BRASIL, 1998).

Desta forma, o que pode-se visualizar que cada passo mobilizado com essas ferramentas se torna potencialmente didático para o estudo de entes matemáticos. Figueiredo (1603) apresenta de início a construção de um quarto de círculo, logo no curso viu-se que para mobilizar a construção do mesmo, representações mentais precisam ser exploradas e abstraídas, de maneira que se possam desenvolver conceito de circunferência, retas paralelas e perpendiculares, ângulos, uma parte de um todo, entre outras. Pode-se ver alguns traços desses indícios na (Figura 19).

**Figura 19 - Traços da fabricação do instrumento**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Percebe-se pela (Figura 19), que haviam alunos que preferiram construir o semicírculo, em vez de um quarto de círculo usado por Figueiredo (1603). Logo, fizeram uso de esquadros, transferidores, folhas de papel A4, para tentar traçar uma semicircunferência com retas perpendiculares ao seu diâmetro e paralelas entre si. Inclusive um dos membros dessa equipe ressaltou que um dos conteúdos matemáticos que podiam ser usado nesse momento seriam as propriedades geométricas, demonstrado quando escreve

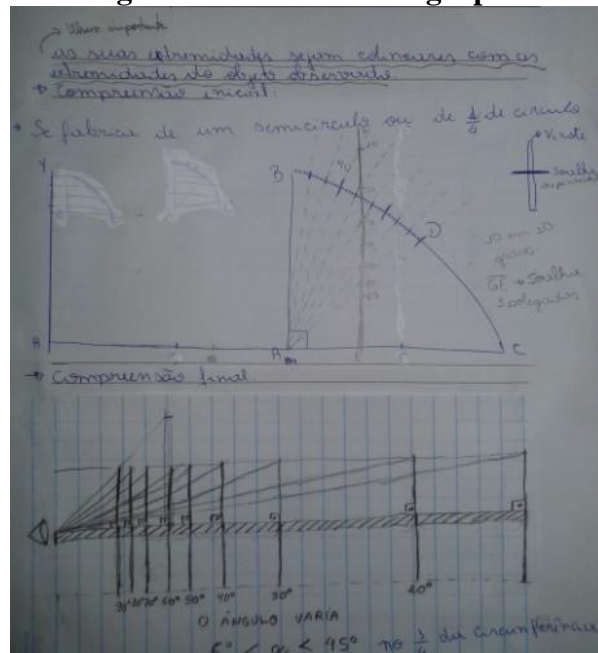
É um instrumento de madeira construído a partir de propriedades geométricas que envolvem os conceitos de ponto, segmento de reta, arco, circunferência, círculo, ângulo, ângulo central, divisão angular, ponto médio, segmentos paralelos, quadrado, propriedades do quadrado, triângulos no uso do instrumento (GRUPO 3, 2018).

É possível notar que esse aluno elenca vários conhecimentos que podem ser abordados por meio da fabricação nesse momento inicial, ademais sem nem mesmo entregar o uso do instrumento, o aluno já indica o estudo de triângulos atrelado ao uso da balhastilha. Esse instante foi referente ao primeiro dia, quando somente a fabricação foi articulada com o instrumento físico.

Dando continuidade, Figueiredo (1603) apresenta também a divisão deste quarto de círculo em partes iguais, para isso, outros entes matemáticos foram mobilizados pelos discentes, que envolvem conceitos, de bissetriz, trissecção de um ângulo, divisão de um ângulo em  $n$  partes iguais, divisão de um arco, submúltiplos, fração, entre outros, que não estão explícitos no processo, mas que se pode mobiliza-los para executar tal construção. Isso pode ser visto em um dos relatórios do grupo 4, referente a Prática 1 e atividade 1 (figura 20).



**Figura 20 - Relatório do grupo 4**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

De acordo com a (Figura 20), o grupo 4 finaliza o dia preenchendo esse relatório e logo apresentaram seus esforços em torno da divisão de ângulos em partes iguais, discutindo as subdivisões e o intervalo que representava o funcionamento do instrumento quando se utiliza apenas meia soalha, que seria de  $5^\circ < \alpha < 45^\circ$ , e que melhor daria certo para o manuseio do instrumento. Apesar de ainda não ter sido fornecido o uso, os discentes já desenhavam como achavam que ela devia ser posta para visualizar os astros.

No decorrer do texto Figueiredo (1603), solicita que seja traçado um segmento de reta  $\overline{EF}$  paralelo a outro segmento  $\overline{AB}$ , o que possibilitou os discentes mobilizar não só do conhecimento de retas paralelas, mas perpendicularismo ao ponto E, divisão de segmentos, prolongamento de uma reta, transporte de segmento, e como eles mesmo disseram em relação à construção do virote pode-se realizar o estudo de “altura, mediana e mediatriz de um triângulo isósceles” (GRUPO 3, 2018).

Desta forma pode-se ver que uma das vantagens de se utilizar um documento histórico ou desenvolver uma atividade envolvendo instrumentos, é que mesmo o autor não explicitando o procedimento, dando instruções do tipo faça primeiro isso depois aquilo, isso pode ser utilizado para construir situações de ensino no qual possa ser dado significado ao processo desenvolvido dentro da atividade.

Dois outros fatores potencialmente didáticos na fabricação do instrumento se encontram na maneira como cada procedimento é realizado, como por exemplo, em relação à construção de um quarto de círculo ou o traçado da bissetriz que coincide com a mediatriz da

corda. No caso da primeira situação, os discentes dispõem de um mesmo conhecimento geométrico, no entanto, levantamos o questionamento do por que deles utilizarem diferentes conceitos geométricos em um mesmo processo; ou no caso do segundo, por que a bissetriz coincide com a mediatriz, apesar de a bissetriz ser voltada para a divisão de ângulos e a mediatriz para a divisão de um segmento de reta. São processos como esses que se tornam potencialmente didáticos para a construção de significados no processo de constituição do que realmente é uma bissetriz e se é possível haver uma relação dela com a corda.

Assim por meio do curso pode-se concluir que o que se torna rico nesse processo de fabricação são os conhecimentos matemáticos mobilizados a cada etapa pelos alunos, que articulam uma geometria inserida nos *Elementos* de Euclides, mas que também permanecem nos livros didáticos, fazendo uso de ferramentas que são pouco ou quase nenhuma vez utilizados no ensino de matemática, de maneira a articular entes primitivos e matemáticos incorporando representações mentais desses conceitos. E ainda interagem conhecimentos geométricos com outros voltados para a trigonometria, envolvendo ângulos e suas unidades de medida, que neste caso foram os graus.

Outro componente potencialmente didático que aparece na fabricação do instrumento é uma ideia de unidade de medida apresentada pelo autor no trecho a seguir, “a pinacídio será de largura três vezes quanto for à régua quadrada, a qual se fará de uma polegada de largura” (FIGUEIREDO, 1603, f. 267). Note que essa unidade de medida será destinada para a confecção das partes da balhestilha, que serão de dimensões distintas, sendo o virote com largura de uma polegada e a soalha com largura de três polegadas.

É interessante ressaltar que Figueiredo (1603), em nenhum momento do texto fala de outra unidade de medida, nem tampouco refere-se ao comprimento ou espessura dessas peças. Será que o autor teria utilizado outra unidade de medida para a construção do comprimento do virote e da soalha? Uma das perguntas no primeiro dia do curso foi a seguinte: “O conceito de polegada é diferente da de hoje?” (GRUPO 1, 2018).

Nem mesmo haviam iniciado a discussão do texto da fabricação, apenas fizeram uma leitura e demonstraram tamanha preocupação, principalmente, quando viram que o instrumento não possuía uma escala graduada, e que os esquadros não tinham escalas milimetradas, então como medir? Alguns alunos foram logo pegando barbantes para tentar realizar as medições como pode ser visto na figura 21.

**Figura 21 - Usando o barbante como auxílio nas medições da balhestilha**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Nesse momento os discentes discutiam sobre os tipos de triângulos que eram formados, inclusive esse grupo ressaltou que a função da soalha era “marcar a graduação no virote e determinar a base do triângulo menor” (GRUPO 4, 2018). Note que a partir de um conhecimento sobre medida, outros conceitos começam a emergir.

Mas retomando a pergunta do discente, é importante destacar que neste período existiam outros tipos de unidades de medida, como apresenta Apiano (1575), que eram baseadas nas mãos ou nos pés, no caso podendo ser, dedo, onça (três dedos), palmo (quatro dedos), passada, passada simples, passada dupla, entre outras. Crease (2013, p. 31) complementa também que na antiguidade essas medidas se

[...] baseavam-se em partes do corpo, sobretudo dedos e mãos; às vezes era feita distinção inclusive entre medidas da mão de um homem e da mão de uma mulher. As principais medidas derivadas do corpo eram o *chi* (pronuncia-se, aproximadamente, *châr*), uma medida de pé que podia variar de 16 a 24 centímetros, dependendo da época e da região, e o *cun* (pronuncia-se *tswun*), que um dia foi relacionado com a largura de um dedo, mas que, ao menos já em 400 a. C., era regulado com um décimo do *chi*. Na era neolítica essas unidades já eram corporificadas - vinculadas não só aos pés dos indivíduos, mas a bastões de medição facilmente reproduzíveis.

Nesse processo observa-se que no período dessa obra não existia ainda uma unidade de medida padrão, mas cada região poderia ter a sua, baseada na mão ou no pé de alguma pessoa, ou de algum rei do período. Somente no decorrer dos anos essas medidas foram sendo padronizadas e apresentadas em réguas, esquadros, fitas, de maneira que pudessem ser reproduzidas com facilidade para outros povos.

Assim, no decorrer do curso de extensão universitária alguns discentes tiveram a iniciativa de querer aplicar essa unidade de medida, a polegada, em outras partes da balhestilha, inclusive para realizar as medições. Levando em consideração o que foi falado

anteriormente, sobre a medida ser diferente em cada local, pode-se sim fazer uso da polegada, porém de maneira adaptada ou com o valor que ela apresenta hoje, no século XXI, que seria de 2,54 centímetros. Nessas circunstâncias é possível desenvolver a questão de conversão de medidas, passando a usar em vez de polegada, milímetro, centímetro, metros, entre outros.

No entanto, Pereira e Saito (2018) ressaltam a importância de se usar outras unidades de medidas nesse processo, inclusive as unidades históricas citadas anteriormente. Pois mobilizam o aluno para que o mesmo entre em interação com outras culturas e vejam que os processos de sistematização dessas unidades de medidas não foram um procedimento rápido e simplificado.

Além disso, é interessante ressaltar um outro fator potencialmente didático inserido no processo de construção da ideia de unidade de medida, pois nem sempre a polegada que é usada em determinada circunstância é empregada em outra situação, como por exemplo, não se utiliza polegada para medir capacidade de volume. Assim também como não se mede uma estrada em centímetros, porque é mais apropriado usar o quilômetro. Por trás de tudo isso é possível construir um significado em torno do por que de cada unidade de medida possui empregabilidades e finalidades diferenciadas.

Desta maneira pelo processo de construção do instrumento pode ser possível explorar conhecimentos matemáticos que estão no livro didático, mas que se apresentam de maneira direta no objeto ou instrumento, muitas vezes apresentado em ilustrações, como os números, sem que se promova o processo de desenvolvimento do conhecimento matemático envolvido para que se chegue até determinada unidade de medida. Um outro potencial didático que foi percebido através do curso estava em torno do manuseio da soalha sobre o virote. Alguns grupos relataram que ao manuseá-la diversos triângulos eram formados, entre eles, retângulo, retângulo e isóscele, equilátero, isóscele, como pode ser verificado nas figuras a seguir.

**Figura 22 - Triângulos retângulos visto na balhestilha**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Na (Figura 22), pode-se observar que alguns alunos usam os próprios dedos para indicar que tal parte da soalha, no caso metade dela, forma um triângulo retângulo com o virote, quando se observa o objeto na vertical. Enquanto outros alunos se utilizam de ferramentas, como o esquadro, que possui um ângulo de  $90^\circ$ , para verificar se a soalha estava perpendicular ao virote, pois segundo o grupo 2,

Vimos conceitos de retas perpendiculares e ângulos onde foi observado na soalha em relação ao virote, e o ângulo seria o campo de visão obtido, que consistia em por o olho na extremidade do virote, apontando para o astro a soalha auxilia e fornece a marcação do ângulo (GRUPO 2, 2018).

Veja que neste momento os discentes começam a partir do estudo dos triângulos, iniciar uma relação com os graus que aparecem no virote, entretanto, agora começam a perceber que esse ângulo não faz parte apenas daquele triângulo visível para eles, formado pelo virote e pela soalha, mas conseguem perceber que esse espaço entre dois objetos é representado por essa distância angular (arco) e também pela corda. Outros grupos procuram ver se o instrumento poderia ser utilizado de outras maneiras, como por exemplo, na horizontal, como observa-se a seguir.

**Figura 23 - Posicionamentos da balhestilha**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.



Nessa (Figura 23), nota-se que um dos integrantes de um grupo posicionam a balhestilha em cima da mesa, no sentido de verificar se com o virote inclinado a medida daria certo, outro grupo, já posiciona o instrumento na horizontal e depois volta para vertical, concluindo que em ambas as maneiras de colocá-la a medição daria certo, pois permanecia um triângulo isósceles. Todavia, a única preocupação era se a soalha realmente estaria perpendicular ao virote para a medição ser efetuada com êxito, caso contrário não seria possível, pois se estaria alterando um princípio indicado pelo autor no texto.

No entanto, o que se torna potencial nesse processo é poder articular por meio do manuseio da soalha a formação desses triângulos não a partir dos seus lados, mas a partir dos ângulos postos no virote, que na verdade, são os ângulos de visualização, de maneira que os discentes consigam ver a empregabilidade deles na articulação do instrumento.

Mas ainda sim, pode-se observar pelo curso que é possível abordar conceitos matemáticos além desses, como por exemplo, o autor não chama de ângulo o que está no virote, o mesmo assinala-o como grau, ou seja, passa a trabalhar com uma unidade do ângulo. Desta forma, pode-se explorar o que na verdade representa esse grau, levantando questionamentos do tipo: o grau é somente um número? Será que o autor não poderia ter usado outra unidade de medida? Como estavam essas questões angulares nesse período?

Desta forma, observa-se que o ângulo não é apenas um número, mas tem significado no processo de medição. Segundo Saito (2014, p. 40), “a medição, portanto, implica em diferentes escolhas, envolvendo essencialmente a associação de números a "graus" de certa grandeza [...]. Associação esta que não é arbitrária embora, à primeira vista, assim pareça, pois acreditamos ser natural atribuir um número a qualquer grandeza”.

Dias e Saito (2014) também chamam a atenção para o fato de que o ângulo é uma quantidade, apesar de não ser uma terminologia usual nos materiais didáticos de hoje. Porém ainda segundo os autores é uma questão bem significativa, pois mostra para o professor que aquele número não é apenas um símbolo vazio desprovido de significado, mas possui uma relação com um valor que passa a variar de maneira associada a diferentes propriedades inseridas no triângulo.

Desta maneira atendem-se algumas habilidades requisitadas no 6<sup>o</sup> ano do ensino fundamental series finais, que seria a de identificar características dos triângulos e classificá-los com referência aos seus ângulos e a medida de seus lados. Além de explorar nestas circunstâncias “que os alunos reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número” (BRASIL, 2017, p. 271).

No manuseio do instrumento foi percebido pelos grupos um potencial didático, pois segundo eles a balhestilha se encontra dentro de uma circunferência, cuja centro é a extremidade no qual se coloca o olho do observador. Desta forma, partindo do texto que apresenta o uso da balhestilha, uma das equipes ressaltou que um dos conhecimentos que foi visto seria, “circunferências concêntricas, uma com o arco delimitado pelas extremidades da soalha e a outra pelas extremidades do objeto observado” (GRUPO 4, 2018). Isso pode ser visto, no traçado realizado com o compasso sobre a figura do texto que apresenta o uso do instrumento no grupo 4 (Figura 24)

**Figura 24 - Balhestilha e uma circunferência**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Vejam que nessa etapa não só essa equipe, mas também outras perceberam questões ligadas a circunferência, entretanto, relacionaram ela com outros conteúdos como, semelhança e congruência de triângulos, porém fazendo uso dos graus nessas situações. Observou-se que as demais equipes fizeram essa relação da circunferência com outros elementos matemáticos distintos que poder ser visto em partes na (Figura 25).

Como exemplo, pode-se destacar alguns elementos notados pelos discentes, que no caso foram, a relação da “circunferência, com seu centro e o ângulo central” (GRUPO 2, 2018). Veja que nessa relação é interessante que o aprendiz compreenda que esse ângulo central está relacionado com o arco, e não com a corda, apesar de que alguns alunos perceberam que à medida que o ângulo decresce a corda também diminui e à medida que o ângulo aumenta a corda também se expande.

**Figura 25 - Uso da balhestilha**



Fonte: Arquivo pessoal da autora.

Mas a corda nesse processo também tem um papel importante, pois segundo o grupo 3 ela desempenha a função de base do triângulo isósceles formado por HAB. Uma outra equipe ressaltou que “o virote será a bissetriz do ângulo do observador” (GRUPO 4, 2018). Ou seja, pode-se explorar a questão da altura do triângulo, e devido o mesmo está perpendicular à soalha, o ponto no qual atingirá a corda será no ponto médio, que é mediana, mediatriz.

Assim, pode-se realizar o estudo das relações entre ângulos e arcos de uma circunferência articulando a geometria como um extenso espaço de conceitos e procedimentos, envolvendo diferentes áreas do conhecimento, como a astronomia e a matemática, de maneira a desenvolver o pensamento geométrico dos discentes (BRASIL, 2017).

Como observou-se anteriormente são uma infinidade de aspectos potencialmente didáticos para serem explorados. Alguns discentes citaram também o paralelismo da soalha em relação a corda, fazendo uso de alguns instrumentos que comprovem essas propriedades, como o fio de prumo. Desta forma a Base Nacional Curricular Comum (2017) sugere que os objetos de conhecimento, como perpendicularismo, paralelismo, ângulos retos e não retos possam ser estudados por meio de dobraduras, esquadros, softwares. Desta maneira, recaindo no manuseio do instrumento, a possibilidade de trabalhar todos esses conhecimentos matemáticos.

O instrumento desta forma permite que conhecimentos que estavam no passado de maneira teórica nos *Elementos* de Euclides, ou presente na geométrica prática, ou na



trigonometria de Regiomontanus, pudessem ser articulados no instrumento, de forma a atender os requisitos de ensino e aprendizagem matemática, articulando com aspectos históricos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo apresenta alguns passos dentro da construção da interface, no intuito de articular o ensino de matemática com a história da matemática, pautada em uma perspectiva historiográfica atualizada. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa pode-se perceber que a construção da interface é algo que demanda um longo tempo para a realização completa da mesma, duração essa, que é suficiente para o amadurecimento do educador e pesquisador, principalmente, quando este não possui uma formação de um historiador, sabendo a melhor forma de julgar um determinado acontecimento, ou compreendendo as formas de poder reescrevê-lo, sem colocar elementos específicos do século XXI.

Este estudo teve o intuito de investigar o processo de interação dos textos que apresentam a fabricação e o uso da balhestilha com o seu manuseio, na busca por potenciais didáticos que possibilitem a construção de atividades didáticas futuramente, pautadas em alguma teoria da didática da matemática. Assim, a pesquisa partiu do documento *Chronographia, Reportório dos Tempos...*, de Manoel de Figueiredo, publicado em 1603, no qual o instrumento, balhestilha, em estudo, estava inserida.

A partir de informações contidas no frontispício do documento foi investigado quem seria o autor, local em que o documento foi impresso, o que estava acontecendo no período da sua publicação, entre outros detalhes. Além disso, realizou-se o levantamento de alguns materiais próximos ao início do século XVII, assim também como dissertações e teses, que tratavam a respeito de instrumentos e sobre o tema principal da obra que seria a divisão dos tempos, significado atribuído a *Chronographia*.

Com isso foi compreendido alguns aspectos relevantes do documento para o período no qual estava sendo divulgado, um deles seria que, mesmo as navegações estando em decadência em pleno final do século XVI e início do século XVII, o documento apresentava conhecimentos que continuavam em constituição e se expandido no início do século, dentre eles, a astrologia, a geografia, a astronomia, entre outros, no sentido de colaborarem para o desenvolvimento de aspectos voltados para a navegação astronômica, para a resolução de problemas práticos do período, para a medição do tempo, e etc. Isso pode ser visto, principalmente no *Sexto Livro* da obra quando é exposto três tipos de instrumentos, a balhestilha ou radio astronômico, o quadrante geométrico e diferentes tipos de relógios voltados para campos que estavam em pleno desenvolvimento, que seria a navegação astronômica, agrimensura e a tentativa de medir o tempo, como ressaltamos anteriormente.

O documento apresentou também algumas definições e proposições presentes nos *Elementos*, de Euclides, no entanto, sem demonstrações que relembrem a geometria teórica.

Todavia são conhecimentos matemáticos usados na construção dos instrumentos e nas aplicações práticas dos mesmos. Além disso, a obra agrega alguns conhecimentos da geometria construtiva, que para os dias atuais seria as construções geométricas realizadas com régua, compasso e esquadros.

Ademais dando em ênfase a balhestilha ou radio astronômico, realizou-se uma pesquisa de vários documentos históricos, livros e artigos que tratassem a acerca do instrumento, e logo percebeu-se que a sua dupla nomenclatura referia-se a campos distintos nos quais era usado e também por quem também os utilizava. E constatou-se que a balhestilha já existia desde o século XIV, e quem possivelmente teria confeccionado-a seria Levi ben Gerson, no qual construiu a mesma destinando-a para aplicação na astronomia. E ao longo do século XV ao XVIII, passou por diversos campos de conhecimento, entre eles, a navegação, a agrimensura, além de sofrer adaptações em relação as suas peças, para que pudesse ser usada em determinadas situações específicas.

Todo esse estudo foi de extrema importância para entender o contexto social, político e econômico do período, de maneira a perceber também os conhecimentos matemáticos mobilizados na época e que contribuíram para a construção e uso do instrumento, além de entender seu desenvolvimento e importância ao longo do século XIV e XVIII.

São esses fatores de contextualização e mapeamento de conhecimentos matemáticos ou não, no passado que irão possibilitar um diálogo com os conceitos matemáticos que temos presente nos livros didáticos para o encontro de potencialidades didáticas que serão empregadas em atividades futuras.

Essas potencialidades didáticas podem emergir a partir de elementos matemáticos que não estão com o significado construído dentro do texto, necessitando articulá-los com os conhecimentos matemáticos do passado e do presente, para poder construí-lo, no caso desta pesquisa, dentro do documento histórico de Manoel de Figueiredo temos como exemplo, a questão da demonstração que o autor cita, mas que na verdade não assume o significado de demonstração que temos hoje, no século XXI, na matemática.

No século XVI e XVII assumia-se essa demonstração, como uma verificação experimental realizada no período por Figueiredo, por meio de construções geométricas, que já existiam desde o século X, e que somente a partir de interesses no século XVI, começou-se a ser resgatada por meio das práticas dos agrimensores, mestres de obras, entre outros. Ou seja, por meio dessa questão pode-se trabalhar a construção do significado de demonstração que temos hoje e articular o ensino de matemática com a história da matemática, pautada em uma tendência historiográfica atualizada.

Na sequência realizou-se um tratamento didático dos textos que apresentam a fabricação e o uso da balhestilha e que estão inseridos na sexta parte do documento *Chronographia, Relatório dos Tempos...*, e procurou-se desenvolver uma conversa com os elementos expostos pelo autor articulando alguns conhecimentos matemáticos do período com os conceitos matemáticos do presente, de maneira que conseguíssemos perceber indícios de algumas questões de ordem matemática, material e possivelmente epistemológica.

Várias foram às questões de ordem matemática que aparecem no texto, dentre elas, podemos ver de maneira incorporada no instrumento conhecimentos geométricos, como paralelismo e perpendicularismo, divisão de ângulos, divisão de segmentos, etc. e as construções geométricas. No entanto, é interessante ressaltar que o autor não teve preocupação de descrever um passo a passo para cada construção geométrica de como era realizado, supostamente o material teria sido escrito para seus pares, ou seja, pessoas que compartilhavam do mesmo conhecimento e estavam inserida no mesmo ofício.

Dando continuidade, e fazendo uso do que foi dito anteriormente, alguns elementos de ordem material aparecem também quando se trata da construção de cada parte da balhestilha dentro desse processo, sendo no caso usados tipos de madeiras diferentes para a fabricação do gabarito, da soalha e do virote. No entanto, questões de tamanho, espessura não ficaram claros no documento, apenas foram perceptível indícios de proporção da soalha em relação ao virote, ficando evidente, o fato de que o autor e os leitores, para quem seria destinado o documento, teriam saberes peculiares para compreender aqueles escritos.

Por meio do curso de extensão teve-se a possibilidade de perceber outras questões de ordem matemática sendo manifestada pelos alunos na interação com o manuseio do instrumento, de maneira que foi visto por meio de suas falas, escritos e posicionamentos, elementos potencialmente didáticos que permitam explorar conhecimentos matemáticos na Educação Básica articulando com o PCN e de acordo com a BNCC, além de poder interagir com aspectos históricos que mostram o processo de desenvolvimento de cada conhecimento incorporado na manipulação do instrumento.

Esses potenciais didáticos foram vistos tanto na fabricação quanto no uso, e um deles é, a possibilidade de articulação de conhecimentos geométricos junto com os conhecimentos trigonométricos, que se apresentam nos materiais didáticos do século XXI de forma separada. Um exemplo pode ser visto no manuseio da soalha, que é potencialmente didático para construir o significado de conhecimentos matemáticos do tipo corda e arco, pois com o manejo da soalha vários triângulos vão sendo formados, a partir dos ângulos encontrados

supostamente dentro de uma circunferência, que representam o ângulo de visualização do observador, possibilitando explorar o significado de corda e arco nesse processo.

Desta forma, foi possível atingir os objetivos que se tinha desde o início desse estudo, apesar dos diversos empecilhos encontrados nesse período de dois anos no mestrado. Dentre eles, pode-se destacar o tempo e a dificuldade para encontrar tratados antigos ou livros que poderiam dar um suporte essencial na pesquisa, inclusive para o objeto em estudo, o instrumento e o documento. Além disso, o interesse por pesquisas que quando encontradas, acabam não contribuindo para o foco principal da pesquisa, gerando na maioria das vezes um sentimento de frustração.

Entretanto, foi possível aprender e concluir que esse é um caminho de amadurecimentos de leituras, buscas, escritas e que nada está perdido, tudo será utilizado, vários dos materiais encontrados servirão para agregar um conhecimento extra a pesquisa, e que futuramente poderão contribuir para o desenvolvimento de novos estudos relacionados a história da matemática, pautada em uma perspectiva historiográfica atualizada, com vista a articular com o ensino para a construção de uma interface.

Uma outra dificuldade encontrada muitas vezes ficou atrelada a essa relação do conhecimento matemático articulado com a parte histórica, no qual estava submerso o documento, pois é muito difícil retirar esse ranço tradicional. Então, na maioria das vezes no momento de articular os conhecimentos matemáticos, acabavam-se sobrepondo os conceitos matemáticos do século XXI sobre o processo de construção do conhecimento inserido no documento.

Mas uma experiência riquíssima e diferenciada que nos proporcionou outros olhares dentro da construção da interface foi vivenciada através do curso de extensão, intitulado, Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhestilha, inserida na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603, por meio dele foi possível perceber outras questões potencialmente didáticas. No primeiro momento tivemos o receio de aplicar na formação de professores, devido já ter tido a experiência na formação inicial de professores no curso de Licenciatura em Matemática, em um outro momento, fazendo uso do mesmo instrumento, mas em uma perspectiva historiográfica tradicional.

Assim, o que nos deixou apreensivos em aplicar na formação de professores seria o fato de os discentes na maioria das vezes não revelarem suas dificuldades no decorrer das aulas, aceitando ou afirmando que compreenderam. E no momento da aplicação do conhecimento matemático abordado em sala, não conseguiam resolver quase nada, e para completar se mostravam bastantes resistentes em revelar suas dificuldades.

Então, cogitou-se a aplicação no Ensino Médio, pois também já foi vivenciada essa experiência em um outro momento do mestrado, com a aplicação da balhestilha novamente para o estudo de conhecimentos matemáticos, apesar de ter sido pautada também em uma perspectiva historiográfica tradicional. Logo, nesse ambiente se teve o retorno bem mais amplo em relação às dificuldades, anseios e decepções por partes dos alunos, pois no decorrer do curso alguns deles nunca tinham visto tal conteúdo matemático, ou às vezes o professor teria ensinado, porém, de maneira tão mecânica, a ponto deles não conseguirem resolver outros tipos de questões ou circunstâncias envolvendo tal conhecimento, por ser diferente do que o professor teria proposto, mas mesmo assim, os estudantes revelavam tudo.

No entanto, essas circunstâncias foram fundamentais para a pesquisa, porque a partir delas conseguia-se ver outros conhecimentos matemáticos que poderiam ser explorados junto aos alunos, ou seja, revelar suas conquistas e principalmente suas dificuldades colaboravam bastante para uma reelaboração daquilo que se tinha proposto no curso. Entretanto, na formação inicial de professores não se conseguiu perceber alguns desses detalhes, pois eram ocultados, por vários fatores, entre eles talvez por terem receio de sofrer constrangimentos por transparecerem não lembrar ou não entender determinado conteúdo matemático.

Todavia, neste curso de extensão, denominado, Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhestilha, inserida na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603, foi proposto uma dinâmica diferenciada daquelas que foram aplicadas nos outros cursos anteriormente, podendo perceber uma melhor interação entre os discentes, até porque o trabalho passou a ser em equipe, no qual o docente intervia no processo o mínimo possível, possibilitando que eles se sentissem mais a vontade para revelar suas dificuldades entre si. Tudo foi filmado e fotografado de maneira a tentar capturar cada atitude e posicionamento realizados por eles. Assim, o curso também teve papel relevante nesse processo de busca pelas potencialidades didáticas.

Todavia, não foi possível construir a interface completamente, mas futuramente iremos realizar um refinamento desses potenciais didáticos, para que se possa construir atividades didáticas pautadas em alguma teoria da didática da matemática. Além disso, vamos continuar aplicando esse estudo nos cursos de formação para professores, com vista a explorar essas potencialidades didáticas e encontrar outras, no intuito de colaborar para a construção do conhecimento matemático.

Desta forma, está pesquisa buscou contribuir com os estudos que vem sendo desenvolvidos objetivando construir uma interface que vise articular história e ensino de

matemática, de maneira que sejam elaboradas ações para a produção de atividades didáticas que visem à construção do conhecimento matemático.

Colaborando assim, para uma mudança no modo de articular elementos da história da matemática com os conceitos matemáticos, de forma a não reproduzir a história independentemente dos fatores que a rodeiam, mas buscando no processo histórico a possibilidade de dar um significado aos conceitos matemáticos que estão presentes nos materiais didáticos. Sendo que isso só é possível quando o objeto de investigação é colocado na malha histórica de maneira a mapear os conhecimentos daquele período.

Assim, esta pesquisa contribui para os estudos da Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Matemática, como uma pesquisa que aborda uma forma diferenciada de trabalhar a história da matemática, por meio de um instrumento histórico, chamado de balhestilha, que visa à construção do conhecimento matemático, por meio de um diálogo entre o passado e o presente, com vista a encontrar potencialidades didáticas para o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Como foi dito anteriormente, a pesquisa não acaba aqui, pois a mesma ainda será explorada em diferentes aspectos, sendo eles voltados para o ensino, envolvendo questões de ordem epistemológica e matemática, para emergência de novas potencialidades didáticas para a construção de atividades pautadas em uma teoria da didática da matemática.

## REFERÊNCIAS

ALFONSO-GOLDFARB, Ana Maria. Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência. **Circumscribere**. São Paulo, p. 5-9. abr. 2008.

APIANO, Pedro. **Cosmographicus liber Petri Apiani mathematici studiose collectus**. 1524.

APIANO, Pedro. **Cosmographicus liber Petri Apiani mathematici studiose collectus**. 1575.

BARON, Roger. Hygonis de Sancto Victore: Practica Geometriae. **Osiris**, Chicago, v. 12, p.176-224, 1956.

BARONI, Rosa Lúcia Sverzut; TEIXEIRA, Marcos Vieira; NOBRE, Sergio Roberto. A investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho. **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez Editora, 2004. p. 164-185.

BARROS, Edval de Souza. A crise do Portugal dos Felipes e a restauração no reino e no ultramar. **Revista Eletrônica de História do Brasil**, Juiz de Fora, v. 6, n. 2, p.8-42, jul. - dez. 2004.

BELTRAN, Maria Helena Roxo; SAITO, Fumikazu; TRINDADE, Lais dos Santos Pinto. **História da Ciência para formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2014. 128 p.

BENNETT, Jim. A. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Algumas Pesquisas em Educação Matemática Realizadas no Programa de Mestrado em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP – Campus de Rio Claro. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 5, n. 6, p.1-10, jul. 1990.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Educação Matemática: Um ensaio sobre concepções a sustentarem sua prática pedagógica e produção de conhecimento. In: FLORES, Cláudia Regina; CASSIANI, Suzani. **Tendências contemporâneas nas pesquisas em educação**



**matemática e científica:** Sobre linguagens e práticas culturais. Campinas: Mercado de Letras, 2013. Cap. 1. p. 17-40.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: Mec, 1998.

BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. Brasília: Ministério da educação, 1998.

BRUYNS, Willem Frederik Jacob Mörzer. **The cross-staff:** History and Development of a Navigational Instrument. London: Walburg Pers, 1994.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso do báculo (cross-staff) em A Boke Named Tectonicon de Leonard Digges.** 2016. 121 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Puc, 2016.

CASTILLO, Ana Rebeca Marinho; SAITO, Fumikazu. **Algumas considerações sobre o uso do báculo (BACULUM) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática.** In: FLORES SALAZAR, J.; UGARTE GUERRA, F.. (Org.). Investigaciones en Educación Matemática. 1ed.Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016, v. , p. 237-251.

CÉSPEDES, Andrés García de. **Regimiento de Navegación.** São Paulo: Autores Associados, 1606.

CHAQUIAM, Miguel. **Ensaio temático:** História da matemática em sala de aula. Belém: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2017. 241 p.

COHEN, Elizabeth G.; LOTAN, Rachel A.. **Planejando o trabalho em grupo.** 3. ed. Porto Alegre: Instituto Sidarta, 2017. 226 p.

COMMANDINO, Frederico. **Euclides:** Elementos de Geometria. São Paulo: Edições Cultura, 1944. 223 p.

COSTA, Adalgisa Botelho da. **O repertório dos tempos de André do Avelar e a astrologia em Portugal no século XVI.** 2001. 179 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em História da Ciência, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

CORREIA, Carlos Alberto Calinas. **A arte de navegar de Manoel Pimentel (as edições de 1699 e 1712)**. 2010. 210 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mestrado em História dos Descobrimentos e da Expansão, Departamento de História, Universidade de Lisboa/Faculdade de Letras, Lisboa, 2010.

CREASE, Robert P.. **A medida do mundo**. Rio de Janeiro: Zahar, 2013. 295 p.

DIAS, Marisa da Silva; Saito, Fumikazu. Algumas potencialidades didáticas do "setor trigonal" na interface entre história e ensino de matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 16, n.4, p. 1227-1253, 2014.

DI BEO, Nara. **O estudo do Trattato del Radio Latino**: Possíveis contribuições para a articulação entre história da matemática e ensino. 2015. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

EÇA, Vicente de Almeida de. **O Infante D. Henrique e a arte de navegar**. Lisboa: Imprensa Nacional, 2008.

EDUCAÇÃO, Ministério da. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2017.

FAUVEL, John. Using history in mathematics education. **For The Learning Of Mathematics**, Canadá, v. 11, n. 2, p.3-6, 1991. Trimestral.

FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos**: esfera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclipses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relgios. Lisboa. 1603.

FIGUEIREDO, Candido de. Novo dictionário da língua portuguesa. 1913.

GARÇÃO-STOCKLER, Francisco de Borja. **Ensaio Histórico sobre a origem e progressos das mathematicas em Portugal**. Paris: Officina de P. N. Rougeron, 1819.

GONÇALVES, José Jorge David de Freitas. **A impressa em Coimbra no século XVII**. 2010. 368 f. Tese (Doutorado) - Curso de Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2010.

GOLDSTEIN, Bernard Raphael. **Levi ben Gerson and the Cross Staff Revisited**. In: Aleph 11, Heft 2/2011, p. 365–383.

JAHNKE, Hans Niels. The use of original sources in the mathematics classroom. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan. **History in Mathematics Education**. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers, 2002. Cap. 9. p. 291-328.

L'HUILLIER, H. Practical Geometry in the Middle Ages and the Renaissance. In: GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.). **Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences**. V. 1. London, New York: Routledge, 1992. p. 185-191.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. 178 p.

MASSA-ESTEVE, Maria Rosa. Historical activities in the mathematics classroom: Tartaglia's Nova Scientia (1537). **Teaching Innovations**, v. 27, n. 3, p.114-126, 2014.

MENDES, H. Gabriel. Lucas Jansz. Waghenaer e o conhecimento náutico das costas de Portugal no séc. XVI. **Revista da Universidade de Coimbra**, Coimbra, v. 24, 1969.

MORAES, Michele de Souza. **Setor trigonal**: contribuições de uma atividade didática na formação de conceitos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática. 2017. 114 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Docência Para A Educação Básica, Universidade Estadual Paulista - Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. **Metodologias de Pesquisa em Ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2011. 242 p.

NUNES, Pedro. Obras, vol. IV, (De crepusculis). Lisboa: Academia das Ciências de Lisboa / Fundação Calouste Gulbenkian, 2008.

PAIS, Luiz Carlos. Introdução. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. **Educação Matemática**: Uma introdução. 2. ed. São Paulo: Educ, 2002a. Cap. 2. p. 9-12.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; VASCONCELOS, Cleiton Batista. Construindo uma proposta pedagógica por meio de materiais manipulativos: Apresentando a fatoração algébrica estudada no LABMATEN/UECE. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Educação Matemática no Ceará**. Fortaleza: Premius Editora, 2014. Cap. 1. p. 9-27.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: Seminário Cearense de História da Matemática, 3., 2018, Fortaleza. **Anais...** . Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 12.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Algumas breves considerações sobre o radius astronomicus na interface entre história e ensino de matemática. In: SEMINÁRIO DE ESCRITAS E LEITURAS EM EDUCAÇÃO, 5., 2018, Fortaleza. **Anais do V Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática.** Fortaleza: Eduece, 2018. p. 1 - 10.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Articulando história e ensino da matemática: A (re)construção do báculo de Petrus Ramus (1515-1572). **Revista Cocar**, Pará, v. 12, n. 24, p.1-25, ago. 2018.

PIMENTEL, Manoel de. **Arte de Navegar.** Lisboa: Impresso do Santo Officio, 1762.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico.** 2. ed. Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013. 277 p.

REGIOMUNTANUS, Johann Muller. Cometae magnitudine, longitudinecque, ac de loco eius vero Problemata XVI. In: SCHONER, Johannes. **SCRIPTA CLARISSIMI MATHEMATICI M. Ioannis Regiomontani, De Torqueto, Astrolabio armillari, Regula magna Ptolemaica, Baculoque Astronomico, Obseruationibus Cometarum, aucta necessarijs, Ioannis Schoneri Carolostadij additionibus; Item. Obseruationes motuum Solis, ac Stellarum tam fixarum, quam erraticarum; Libellus M. Georgii Purbachii de Quadrato Geom.** Nürnberg: Johann Montanus & Ulrich Neuber, 1544. p. 79-88.

REIS, António Estácio dos. O quadrante náutico. **Revista da Universidade de Coimbra**, Coimbra, v. 34, p.243-273, jan. 1988.

ROCHE, John J.. The radius astronomicus in England. **Annals of Science**, [s.l.], v. 38, n. 1, p.1-32, jan. 1981. Informa UK Limited. <http://dx.doi.org/10.1080/00033798100200101>.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 511 p.

SANTOS, Franjossan Gomes dos. **Cálculo de distâncias com a Balestilha**. 2013. 58 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Centro de Ciências da Natureza, Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. **História da matemática para professores**: Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011. 63 p.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

SAITO, Fumikazu. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**: Histórias de práticas matemáticas, Natal, v. 9, n. 16, p.25-47, maio-ago 2014.

SAITO, Fumikazu. Algumas considerações historiográficas. In: SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu. **História e Ensino de Matemática: construindo interfaces**. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francisco Ugarte (Org.). Investigaciones en Educación Matemática. 1ed. Perú: Fondo Editorial PUCP, 2016, , p. 253-291.

SAITO, Fumikazu. Número e grandeza: discutindo sobre a noção de medida por meio de um instrumento matemático do século XVI. **Ciência & Educação**, v. 23, n. 4, p. 917-940, 2017.

SAITO, Fumikazu. Algumas breves considerações sobre os tratados de geometria prática publicados no contexto do "saber - fazer" matemático quinhentista. In: XII SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 12., 2017, Itajuba. **Anais do XII Seminário Nacional de História da Matemática**. Itajubá: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2018. p. 1 - 10.

SÉRGIO, António. **Obras completas**: Breve interpretação da história de Portugal. 10. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1981. 164 p.

SILVA, Innocencio Francisco da. **Diccionario Bibliographico Portuguez**. 5. ed. Lisboa: Imprensa Nacional, 1860. 487 p.

SILVA, Isabelle Coelho da; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A importância da leitura e da escrita no estudo de fontes históricas: o caso do Papiro de Rhind. In: SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de; MAIA, Dennys Leite; PONTES, Mércia de Oliveira (Org.). **Leituras e Escritas: tecendo saberes em educação matemática**. Natal: Edufrn, 2016. p. 468-482. Disponível em: <[http://selem4.imd.ufrn.br/public/conferences/1/4/3\\_Silva\\_Pereira.pdf](http://selem4.imd.ufrn.br/public/conferences/1/4/3_Silva_Pereira.pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2018.

SOUSA, José Miguel Rodrigues de. **Trissecção do ângulo e duplicação do cubo: as soluções na Antiga Grécia**. 2001. 114 f. Tese (Doutorado) - Curso de Departamento de Matemática Pura, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal, 2001.

WERNER, Johannes. **In hoc opere haec continentur: Nova translatio primi libri geographia Cl. Ptolomaei**. Nuremberg. 1614.

**ANEXO A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS****UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ  
COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR****TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS**

Eu \_\_\_\_\_, CPF \_\_\_\_\_,  
RG \_\_\_\_\_, órgão expedidor, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), **AUTORIZO**, através do presente termo, os pesquisadores(as) **Antonia Naiara de Sousa Batista e Ana Carolina Costa Pereira** do projeto de pesquisa intitulado, *“Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na fabricação da balestilha inserida na obra Chronographia Repertorio dos Tempos, de Manuel de Figueiredo”*, a realizar fotos e/ou vídeos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes, no curso de extensão universitária intitulado, *“Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da balhestilha, inserida na obra Chronographia, Reportorio dos Tempos..., de 1603”*, que acontecerá de 23 a 26 de julho de 2018, nas dependências da Universidade Estadual do Ceará.

Ao mesmo tempo, **LIBERO** a utilização destas fotos e/ou vídeos (seus respectivos negativos ou cópias) e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados.

Por ser a expressão da minha vontade assino a presente autorização, cedendo, a título gratuito, todos os direitos autorais decorrentes dos depoimentos, artigos e entrevistas por mim fornecidos, abdicando do direito de reclamar de todo e qualquer direito conexo à minha imagem e/ou som da minha voz, e qualquer outro direito decorrente dos direitos abrangidos pela Lei 9160/98 (Lei dos Direitos Autorais).

Fortaleza, dia 23 de julho de 2018

---

**Profa. Antonia Naiara de Sousa Batista**

*Pesquisador responsável pela pesquisa*

---

**(nome do participante)**

*Participante da pesquisa*



## APÊNDICE A - PROGRAMA DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO CEARÁ**  
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ**

**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática - PGECM**

**Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES**

**Laboratório de Matemática e Ensino – LABMATEN**

**Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática - GPEHM**

### PROGRAMA DO CURSO DE EXTENSÃO UNIVERSITÁRIA

**CURSO:** Os conhecimentos matemáticos incorporados na articulação entre a fábrica e o uso da *balhestilha*, inserida na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, de 1603.

**LOCAL:** Laboratório de Matemática e Ensino - UECE

**CARGA HORÁRIA:** 20 h/a

**DOCENTE:** Antonia Naiara de Sousa Batista

**OBSERVADOR(A):** Verusca Batista Alves

#### EMENTA

Esse curso tem o propósito de tentar construir uma interface entre história e ensino de matemática, a partir da articulação entre textos vinculados a obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*(1603), de Manuel de Figueiredo e o instrumento, conhecido por radio astronômico ou balhestilha. De maneira que todo esse processo seja pautado em uma perspectiva historiográfica atualizada, na qual partimos do passado para compreendermos o presente, e assim, promovermos um diálogo entre o passado e o presente e vice-versa.

#### MÓDULO 01 - OBJETIVOS / CONTEÚDOS

OBJETIVOS	CONTEÚDOS	CH
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer o período das grandes navegações entre os séculos XVI e XVII;</li> <li>• Conhecer alguns aspectos da geometria prática;</li> <li>• Descrever um pouco do desenvolvimento do radio</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 1: Compreendendo um pouco da história do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>1.3. O contexto no qual estavam inseridos, século XVI e XVII;</p> <p>1.4. Algumas considerações sobre o desenvolvimento desse instrumento, conhecido de maneira mais geral de <i>baculus de Jacob</i></p>	2h/a

astronômico ou balhestilha entre os séculos XIV e XVII.		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer que foi Manuel de Figueiredo;</li> <li>• Entender a importância e as questões relevantes que obra <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603) trata.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 2: Manuel de Figueiredo e a obra, <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</b></p> <p>2.3. Alguns tópicos da vida e obras de Manuel de Figueiredo;</p> <p>2.4. Algumas considerações sobre a obra <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</p>	2h/a
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender as partes do radio astronômico ou balhestilha a partir da fabricação do instrumento;</li> <li>• Elencar os conceitos matemáticos articulados nessa construção.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 3: A fabricação do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>3.3. Estudo da descrição que apresenta a fabrica do radio astronômico ou balhestilha, em <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603);</p> <p>3.4. Atividade de articulação entre o instrumento físico, radio astronômico ou balhestilha, e a fabricação do instrumento.</p>	8h/a
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mobilizar conhecimentos matemáticos para aplicação do instrumento em uma situação real;</li> <li>• Articular o instrumento com o uso para emergir algumas questões matemáticas potencialmente didáticas.</li> </ul>	<p><b>UNIDADE 4: O uso do radio astronômico ou balhestilha</b></p> <p>4.1. Estudo da descrição que apresenta o uso do radio astronômico ou balhestilha, em <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i> (1603)</p> <p>4.2. Realização de uma atividade fazendo uso de uma aplicação do radio astronômico ou balhestilha em uma situação real para a mobilização de conhecimentos matemáticos.</p>	8h/a

### CRONOGRAMA DE AULAS PRESENCIAIS

Horas/aula	Data		Conteúdo – Plano de Aulas
	<b>JULHO 2018</b>		
20h/a	Seg	23/07	Apresentação do curso
			Assinatura do termo de compromisso
			Apresentação do modulo 01
			Prática 1: Atividade 1 - Descrição/fabrica do radio astronômico ou balhestilha
			Relatório da equipe
			Ficha de avaliação
	Ter	24/07	Prática 2: Atividade 1 - Uso do radio astronômico ou balhestilha
			Relatório da equipe
			Ficha de avaliação
	Qua	25/07	Prática 2: Atividade 2 - Aplicação do radio astronômico ou balhestilha em uma situação real
			Relatório da equipe
			Ficha de avaliação

<i>Qui</i>	26/07	Prática 2: Atividade 3 - Aplicação do radio astronômico ou balhестilha em uma situação real
		Validar o instrumento
		Relatório da equipe
		Encerramento do curso

## **METODOLOGIA**

Este curso está pautado em uma metodologia colaborativa no qual as atividades de ensino estarão baseadas em um método de trabalho em grupo. A estratégia de ensino partirá dos recursos que a história da matemática oferece para serem explorados no ensino, neste caso, o instrumento radio astronômico ou balhестilha articulado com sua fabricação e uso dispostas na obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*(1603), na busca por uma construção de uma interface que vise articular história e ensino de matemática.

## **AVALIAÇÃO**

O processo de avaliação será formativo, composto por um trabalho em grupo no qual cada participante tem seu papel no desenvolvimento da atividade, socializando no final de cada etapa um relatório.

No curso serão propostas três atividades correspondentes a duas práticas fazendo uso do instrumento físico, que será entregue pronto. Na primeira atividade será realizada a tentativa de compreensão do texto que apresenta a descrição da fabrica do radio astronômico ou balhестilha articulado com o instrumento físico. Na segunda atividade será realizada a compreensão do texto que traz a descrição do uso do radio astronômico ou balhестilha articulado com o instrumento físico. Na terceira atividade será aplicação do radio astronômico ou balhестilha em uma situação real. Por fim, será feito a validação do instrumento, em relação aos procedimentos executados no processo de medição de maneira a mobilizar diferentes conhecimentos matemáticos.

Ainda serão levados em conta para a avaliação do curso a participação e envolvimento dos participantes nas discussões do tema do curso, a entrega dos relatórios e pontualidade em sala de aula.

## APÊNDICE B - PRÁTICA 1

### DESCRIÇÃO DA FABRICAÇÃO DA BALHESTILHA OU RADIO ASTRONÔMICO PRÁTICA 01

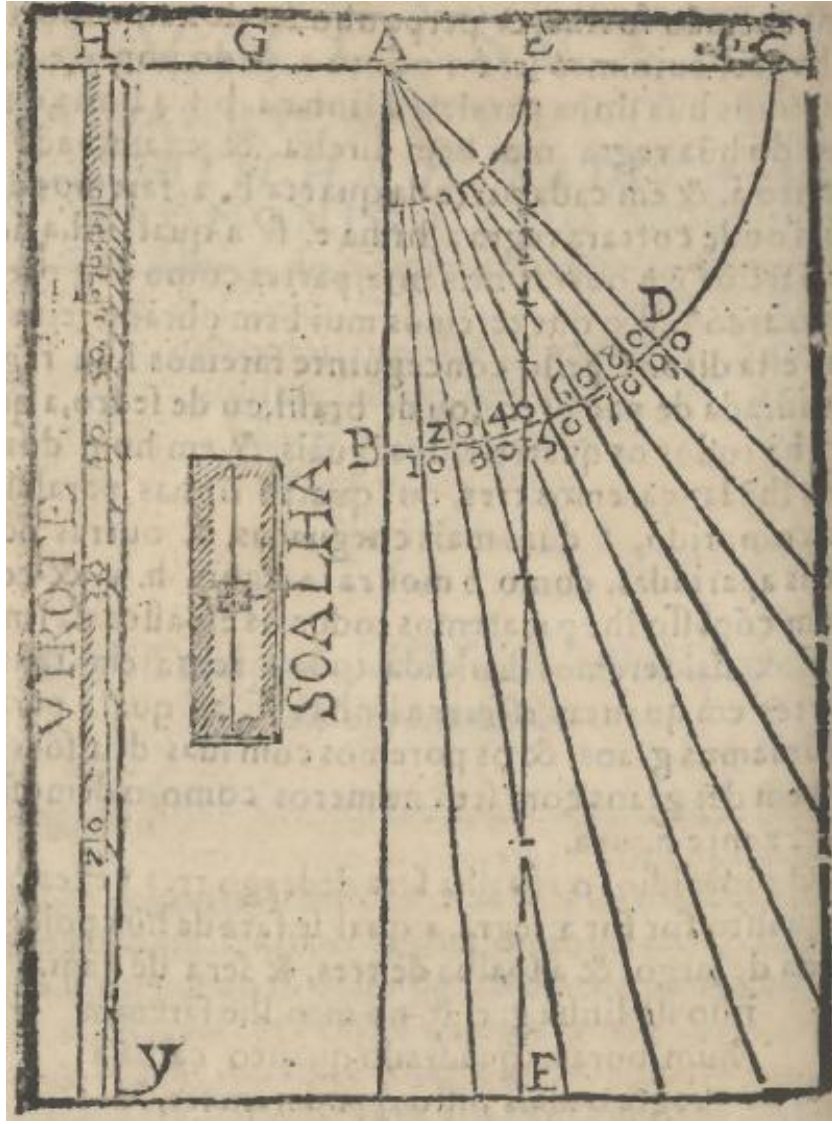
---

#### Capítulo primeiro da fabrica da balhestilha, ou radio astronômico

O radio astronômico, ou balhestilha se fabrica de um semicírculo, ou de um quarto de círculo pela seguinte ordem: construa um quarto de círculo (**ABC**) em uma taboa. E dividiremos o arco **BC** pelo meio, no ponto **D**. E do ponto **D** até o ponto **B** dividiremos em quarenta e cinco partes iguais. Partiremos primeiro o espaço **DB** em três partes iguais. E depois cada uma em outras três. E assim ficará partida em nove espaços. E logo cada um destes em cinco partes. E ficará partido em 45 partes iguais. E cada parte dessas partiremos pelo meio. E serão noventa partes, para o que havemos de buscar uma taboa muito plana, e lisa de cedro, ou pereiro em que tracemos a presente demonstração. E depois de traçada veremos de que tamanho quero que seja, o pinacido que é o que os marinheiros chamam de soalha. E suponho ser do tamanho do segmento **GE** cujo meio será o ponto **A**. E do ponto **E** lançaremos um segmento paralelo ao segmento **AB**, o segmento **EF**. E pondo uma régua muito bem direita, e com cautela no ponto **A** e em cada parte do quarto **BA** faremos divisões onde cortará a régua o segmento **EF**, no qual o segmento ficará dividido em outras noventa partes como está dividido o arco **BD**: o que teremos muito bem operado como está dito. E pelo conseguinte faremos uma régua quadrada de pau preto, ou de brasil, ou de cedro, a qual tenha todos os quatros lados iguais. E em um dos lados lhe lançaremos três, ou quatro segmentos paralelos ao comprido, dois mais chegados, e outros dois mais apartados, como mostra a figura **HY** [segmento de reta]. E com um compasso lhe passaremos todos os espaços do segmento **EF**. E assim teremos dividida toda a régua quadrada em tantas partes em quantas estiver o segmento **EF** as quais partes chamamos graus. E os poremos com suas divisões de dez em dez graus com seus números como demonstra a presente figura. A pinacido<sup>23</sup> será de largura três vezes quanto for à régua quadrada, a qual se fará de uma polegada de largura. E a soalha de três. E será de tamanho do segmento **GE**. E no meio lhe faremos um buraco quadrado quanto caiba a régua quadrada o mais justo que puderem ser. E assim ficara feito o radio astronômico, ou balhestilha.

---

<sup>23</sup> Tem o mesmo significado de pinacido ou soalha, neste caso, a transversal.

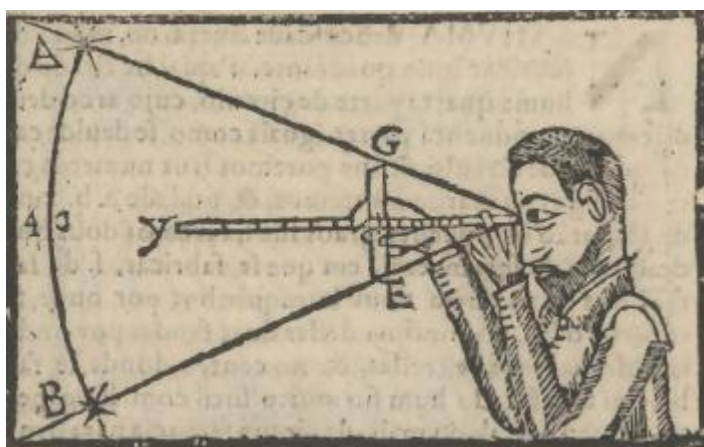


## APÊNDICE C - PRÁTICA 2

### O USO DA BALHESTILHA OU RADIO ASTRONÔMICO PRÁTICA 2

#### Capítulo segundo do uso do radio astronômico

Os astrônomos chamaram a este instrumento radio astronômico, por quanto observarão por este a distância das estrelas de umas as outras observadas por via do raio visual que sai do nosso olho, do qual usam os navegantes para tomarem a estrela do norte quando dito do horizonte sobre a terra para acharem a elevação do polo ártico. E lhe chamaram balhestilha. E quanto ao uso dele é muito fácil, como o demonstra a presente figura.



No instrumento  $\overline{HY}$  pelo qual observo a distância das duas estrelas  $\widehat{AB}$  passam os raios visuais do olho  $H$  pelas extremidades do pinacido<sup>24</sup>  $\overline{GE}$ , o raio  $\overline{HA}$  e raio  $\overline{HB}$ . E corta o pinacido no radio  $\overline{HY}$  em 40 graus, os quais me mostra o arco  $\widehat{AB}$  distância de ambas as estrelas, mas os pilotos não tomam distâncias, senão a altura, ou distância do horizonte, pondo uma extremidade da soalha no horizonte, e outra na estrela do norte. E usam as regras do capítulo dezessete<sup>25</sup> da terceira parte deste livro, onde copiosamente pos regras para se achar a elevação do polo pela estrela do norte. Também por outra qualquer estrela tomada no

<sup>24</sup> Tem o mesmo significado de pinacido ou soalha, neste caso, a transversal.

<sup>25</sup> Provavelmente o autor se enganou ao referenciar o capítulo que tinha essas regras, pois as mesmas se encontram no capítulo dezesseis.

meridiano, tomaremos a elevação do polo, ou latitude da região como no dito capítulo está. E muito bem se pode tomar o sol com a balhestilha assim como obramos nas estrelas.

## APÊNDICE D - CAPÍTULO DEZESSEIS DA ESTRELA DO NORTE

### O USO DA BALHESTILHA OU RADIO ASTRONÔMICO PRÁTICA 2

#### Capítulo dezesseis da estrela do norte



- I. Quando as guardas estiverem em leste, está a guarda dianteira com a estrela do norte leste oeste, e a estrela do norte, grau e meio, debaixo do polo (1 grau e 30 min.);
- II. As guardas em les (leste) nordeste está o norte 3 graus debaixo de polo;
- III. As guardas no nordeste estão a uma guarda com a outra leste oeste, e está a estrela do norte três graus e meio debaixo do polo (3 graus 30 min.);
- IV. As guardas em nor (nordeste), está a estrela polar 3 graus e meio debaixo do polo;
- V. As guardas no norte, está a guarda dianteira com a estrela polar norte sul, e esta a dita estrela 3 graus debaixo do polo;
- VI. As guardas em nor (norte) nordeste está o norte 2 graus debaixo do polo;
- VII. As guardas em noroeste, esta a uma guarda com a outra norte sul, está a estrela polar meio grau debaixo do polo;
- VIII. As guardas em oest(oeste) noroeste está a estrela polar um grau em cima do polo;
- IX. As guardas em oeste, está a guarda dianteira com a estrela do norte leste oeste, esta a dita estrela grau e meio em cima do polo;
- X. As guardas em oest (oeste) sudoeste, está o norte 3 graus em cima do polo;



- XI. As guardas no sudoeste estão ambas as guardas leste oeste, e está o norte 3 graus e meio em cima do polo;
- XII. As guardas em sul sudoeste, está a estrela polar 3 graus em cima do polo;
- XIII. As guardas no sul está a estrela do norte com a guarda dianteira norte sul, e está a dita estrela 3 graus em cima do polo;
- XIV. As guardas em sul sudoeste esta a estrela polar 2 graus em cima do polo;
- XV. As guardas em sudeste esta uma guarda com a outra norte sul esta a estrela polar meio grau em cima do polo;
- XVI. As guardas em lês (leste) oeste esta a estrela polar meio grau debaixo do polo;

## APÊNDICE E - ATIVIDADE 1 DA PRÁTICA 1

### ESTUDO DAS PARTES DA BALHESTILHA, OU RADIO ASTRONÔMICO

#### PRÁTICA 1 - CARTÃO DA ATIVIDADE 1

---

A partir do instrumento físico e do texto que traz a descrição da fabricação da balhestilha ou radio astronômico de Manuel de Figueiredo:

- Acompanhe e entenda no que consiste o instrumento, e procure reconhecer e mapear os diferentes conhecimentos matemáticos nele incorporado.
- Entenda cada uma das partes balhestilha ou radio astronômico e para que serve.
- Compreenda o funcionamento do instrumento.

#### **PRODUTO DO GRUPO – ATIVIDADE 1**

Anote suas primeiras impressões sobre as partes e o funcionamento do instrumento, a partir da *fabricação*.

## APÊNDICE F - ATIVIDADE 1 DA PRÁTICA 2

### ESTUDO DAS PARTES DA BALHESTILHA, OU RADIO ASTRONÔMICO

#### PRÁTICA 2 - CARTÃO DA ATIVIDADE 1

---

A partir do instrumento físico e do texto que traz o uso da balhéstilha ou radio astronômico de Manuel de Figueiredo:

- Acompanhe e entenda no que consiste o instrumento, e procure reconhecer e mapear os diferentes conhecimentos matemáticos nele incorporado.
- Entenda cada uma das partes balhéstilha ou radio astronômico e para que serve.
- Compreenda o funcionamento do instrumento.

#### PRODUTO DO GRUPO – ATIVIDADE 1

Anote suas primeiras impressões sobre as partes e o funcionamento do instrumento, a partir do *uso*.

## APÊNDICE G - ATIVIDADE 2 DA PRÁTICA 2

### O USO DA BALHESTILHA CONTIDA NA OBRA CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS...

#### PRÁTICA 2 - CARTÃO DE ATIVIDADE 2

---

Prezados participantes,

Existem duas situações de uso da balhestilha exposta por Figueiredo em sua obra:

1. Os navegantes utilizavam o instrumento para medir a distância entre a linha do horizonte e uma estrela, colocando a parte inferior da soalha no horizonte e a parte superior na estrela Polar.
2. Os astrônomos usavam a balhestilha para medir o espaço entre duas estrelas, de maneira a colocar as extremidades da soalha em cada astro.

Em grupo, a partir de uma situação imaginária proposta pelo docente, desenvolva a atividade a seguir:

3. A partir das situações apresentadas, encontre pelo menos duas maneiras envolvendo conceitos matemáticos distintos, para realizar essas medições.
4. Discuta com seu grupo os processos de medição desenvolvido durante a atividade.
5. Elenque os conceitos matemáticos são incorporados na realização dessas medições.

**Relator: Registre os elementos principais da discussão.**

#### PRODUTO DO GRUPO

Descreva os passos realizados nas duas situações apresentadas na ATIVIDADE 2 e registre os elementos matemáticos presentes nestes dois processos de medição.

**APÊNDICE H - ATIVIDADE 3 DA PRÁTICA 2****O USO DA BALHESTILHA CONTIDA NA OBRA CHRONOGRAPHIA,  
REPORTORIO DOS TEMPOS...****PRÁTICA 2 - CARTÃO DE ATIVIDADE 3**

---

1<sup>o</sup> Momento da atividade:

1. Realize novamente uma medição fazendo uso da linha do horizonte<sup>26</sup> e de um astro<sup>27</sup> no observatório da UECE;
2. Nesta situação encontre pelo menos duas maneiras diferentes para realizar essa medição envolvendo conceitos matemáticos distintos.
3. Discuta com o seu grupo os passos realizados nesta medição.

2<sup>o</sup> Momento da atividade:

4. Descreva os conceitos matemáticos de distintas áreas da matemática que podem ser articulados no processo de medição até chegar ao grau encontrado.

3<sup>o</sup> Momento da atividade:

5. Sistematize a relação matemática que me permite encontrar no virote o ângulo de visualização entre o astro e a linha do horizonte.

**PRODUTO DO GRUPO**

Descreva os 3 momentos desenvolvidos nesta atividade 3

---

<sup>26</sup> A definir no momento da aplicação.

<sup>27</sup> A definir no momento da aplicação.

**APÊNDICE I - ROTEIRO DE VÍDEO****ROTEIO DE GRAVAÇÃO DE VÍDEO  
AVALIAÇÃO FINAL**

---

- 1) Qual a necessidade da matemática na descrição do instrumento e das situações de uso proposto por Petrus Ramus? Converse.
- 2) Qual a diferença entre medida e grandeza?
- 3) É correto afirmar que: Não é o instrumento que dá medida, porque a medida é calculada. Porque?
- 4) Quais contribuições esse curso pôde trazer para a sua formação como professor de matemática?
- 5) Você encontrou dificuldades na compreensão da descrição e das situações de uso do báculo de Petrus Ramus? Quais?
- 6) Você acredita que pode ser implementada esse tipo de proposta de ensino por meio da história na Educação Básica?

## APÊNDICE J - CARTÃO DE HIPÓTESE DA PRÁTICA 1

### ARTICULAÇÃO DA BALHESTILHA COM A SUA FÁBRICA CARTÃO DE HIPOTEESES

---

Ao apresentar o instrumento pronto, no caso a balhestilha ou radio astronômico, iremos entregar também para o aluno o texto que traz a fábrica da mesma e que faz parte da obra *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* Em seguida, iremos levantar diversos questionamentos em relação à articulação entre ambos.

#### QUESTIONAMENTOS

##### Gerais:

- Até a realização das divisões o que autor operou de maneira geral?
- A régua é construída a partir da soalha? Ou é o inverso?
- Como posso saber se essa soalha pertence a essa graduação?

##### Específicos: 1º Parte - Divisão dos ângulos

- Onde se encontra no instrumento o quarto de círculo descrito pelo autor?
- E por que o autor não usou o semicírculo?
- Qual teria sido a vantagem de usar o semicírculo em relação ao quarto de círculo?
- Por que autor não divide logo o arco BC em 90 partes iguais, apenas se utiliza da metade correspondente a 45 graus, e somente depois dividi a mesma em 90 partes iguais?
- Onde inicia a graduação do instrumento? Qual seria o comprimento dessa distância até o início da graduação?
- Até que ponto a graduação fica inserida no bastão?
- Poderia substituir toda essa divisão por algum outro instrumento?

##### Específicos: 2º Parte - O traçado da soalha

- Qual a relação do comprimento da soalha  $\overline{GE}$  com o virote?
- E se eu traçasse além do ponto E, supondo no ponto C, o iria ocorrer?
- A graduação permaneceria a mesma?

- Por que essa linha tinha que ser traçada no ponto E? Será que não daria certo traçar no ponto G?

### **Específicos: 3º Parte - Construção da Régua**

- O que autor quis dizer com uma régua com “todos os quatro lados iguais”?
- E se eu pegar uma régua de seção retangular, ou, contendo nenhuma das faces iguais, o que isso pode acarretar na fabricação do instrumento?
- O que seria essas “três, ou quatro linhas paralelas ao comprimento”?
- Por que “duas mais achegadas” e outras “duas apartadas” linhas, elas não poderiam ser equidistantes entre si ?
- Essas linhas são feitas em qual face da régua?
- E nas outras faces do bastão o que são feitos?

### **Específicos: 4º Parte - Transposição dos ângulos**

- Por que não poderíamos encostar o virote na linha marcada e simplesmente marcar os graus diretamente na régua;
- Por que só agora o autor chama de graus essas divisões? Seria a finalidade deles no momento?

### **Específicos: 5º Parte - Observações do autor**

- Por que fazer a largura da soalha de três vezes em relação a largura da régua?
- Por que usar a unidade de medida polegada?
- Será que poderia usar outra unidade de medida?
- Em qual local será feito esse buraco na soalha?

### **Finais:**

- Se eu pegasse uma soalha menor a divisão dos ângulos permaneceria a mesma coisa? Cite o que mudou?
- Se eu pegasse uma soalha maior a divisão dos ângulos permaneceria a mesma coisa? Cite o que mudou?



## APÊNDICE K - CARTÃO DE HIPÓTESE DA PRÁTICA 2

### ARTICULAÇÃO DO INSTRUMENTO FÍSICO, A BALHESTILHA, COM A SEU USO CARTÃO DE HIPOTESSES

---

Ao apresentar o instrumento pronto, no caso a balhestilha, iremos entregar também para o aluno o texto que traz ao uso do instrumento e que se encontra inserido na sexta parte da obra Chronographia, Reportorio dos Tempos... . Em seguida, iremos levantar diversos questionamentos em relação a articulação entre ambos.

#### QUESTIONAMENTOS

- Qual a justificativa para cada modo de usar o instrumento?
- No primeiro modo que raio visual é esse?
- O mal uso no manejo desse raio pode acarretar o que?
- O que devo fazer para que este raio esteja correto na hora da medição?
- A figura mostra que o ângulo de visualização foi de  $40^\circ$ , mas se a soalha tivesse parado mais a frente o valor do ângulo de visualização seria esse maior ou menor que  $40^\circ$ ?
- Em relação ao ângulo de visualização o autor faz a relação dele com um outro conteúdo matemático, qual seria ele?
- Como foi feita essa relação para que se chegasse nessa angulação diretamente gravada no bastão?
- Quais as condições para que esse uso possa dar certo?
- Se eu inclinar a soalha daria certo realizar as medições ou preciso deixar ela sempre perpendicular?
- Da mesma forma, posso inclinar o instrumento para a esquerda ou direita para fazer as medições?
- Sendo a soalha de largura três vezes a largura do virote, o meu raio de visualização precisa passar por qual ponto da mesma?
- Como era realizada essa medição em relação ao horizonte? Simule-a.
- Quais os pontos necessários para que essa medição dê certo?

- Tenho que realizar as medições sempre da maneira da figura? Será que não poderia levantar ou baixar o instrumento?
- Se eu levanta-lo qual a figura que irá aparecer?
- Mas antes de fazer isso quais as figuras geométricas que estão implícitas nessa figura?
- Para que as medições aconteçam sempre tenho que me basear em um triângulo isóscele ou retângulo?
- Se eu aumentasse o comprimento da soalha da balhastilha me permitiriam uma melhor visualização dos astros?